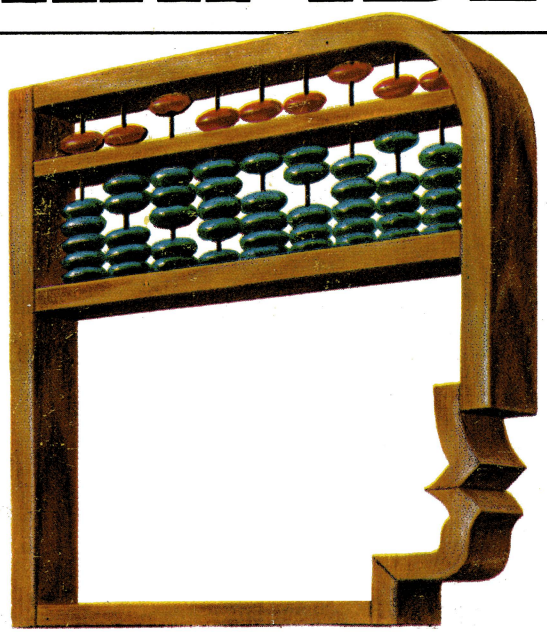
marabout service

EDWARD STODDARD

UNE MÉTHODE NOUVELLE POUR EFFECTUER
MENTALEMENT TOUTES LES OPÉRATIONS

LE CALCUL RAPIDE



LE CALCUL RAPIDE

SPEED MATHEMATICS SIMPLIFIED

EDWARD STODDARD

traduit et adapté de l'anglais par
Serge Ouvaroff

marabout service

Première édition en langue française

Ce volume est le deux cent neuvième
de la collection

marabout service

dirigée par Jacques Dumont et Marc Baudoux.

La couverture est de Nicolas Fabre.

© Edward Stoddard, 1962 et, pour la présente édition, Gérard & C°, Verviers, 1972.
Toute reproduction d'un extrait quelconque de ce livre par quelque procédé que ce soit, et notamment par photocopie ou microfilm, est strictement interdite sans autorisation écrite de l'éditeur.

Les collections Marabout sont éditées et imprimées par GERARD & C°, 65, rue de Limbourg, B-4800 Verviers (Belgique). — Le label Marabout, les titres des collections et la présentation des volumes sont déposés conformément à la loi. Correspondant général à **Paris** : INTER-FORUM, 13, rue de la Glacière, 75 - 624 - Paris Cedex 13. — Gérant exclusif et distributeur général pour les **Amériques** : KASAN Ltée, 226 Est, Christophe Colomb, Québec 2 P.Q. Canada. — Distributeur en **Suisse** : Editions SPES, 2, rue St Pierre, CH. 1002 Lausanne.

Avant-propos

Différent des autres, ce système de calcul sera accueilli avec satisfaction par tous ceux qui ont souhaité un jour pouvoir réaliser une manipulation plus rapide, plus aisée et plus précise des chiffres et des nombres.

Cette approche n'exigera pas du lecteur qu'il rejette ses connaissances en matière de calcul ; tout au contraire, elle fait appel à la pratique déjà acquise et elle l'affine pour permettre des calculs plus rapides.

Il s'agit essentiellement d'appliquer les principes du calcul automatique, mis au point par les Japonais pour faire de leur boulier un important appareil de calcul utilisable dans leurs transactions. Les légendes qui concernent la vitesse presque magique du boulier correspondent à la réalité : en 1946, à Tokyo, lors d'une compétition en public, un opérateur japonais a battu de vitesse le plus expert des opérateurs de machines à calculer électriques que possédait l'armée américaine.

Cependant, le secret de cette rapidité n'est pas inhérent à l'emploi du boulier. Comme le souligne l'auteur, cet appareil sert à enregistrer plus qu'à calculer. Le secret réside en fait dans l'étonnante simplicité des méthodes de calcul numérique mises au point par les spécialistes du boulier ; dans cet

ouvrage, le lecteur trouvera pour la première fois une présentation de ces principes qui lui permettra de les utiliser sans *boulier.*

Ce système permet diverses simplifications :

- Désormais, vous ne tiendrez plus compte de la table d'addition au-dessus de dix et vous additionnerez les chiffres de la colonne la plus longue sans jamais dépasser dix.

- Vous ne soustrairez jamais un chiffre d'un autre chiffre qui lui soit plus petit et vous n'aurez donc aucune retenue.

- Les multiplications s'effectueront également sans retenue.

- Appliquée à la division, la méthode simplifie de moitié le jeu des écritures. Le diviseur sera d'ailleurs toujours d'un seul chiffre.

- Toutes les opérations s'effectueront de gauche à droite, *technique qui, pour commencer, est plus naturelle puisque vous lisez les nombres de gauche à droite, mais qui en outre a l'avantage de permettre une vérification à chaque stade du calcul. Pour obtenir un résultat approché, il suffit d'exécuter un ou deux calculs sans pousser plus avant.*

Outre l'exposé de cette technique de calcul rapide, l'ouvrage contient deux autres éléments particuliers :

- On trouvera des explications détaillées sur les deux techniques les plus rapides pour obtenir la preuve et ces techniques sont elles-mêmes l'objet d'une méthode simplifiée permettant d'obtenir la preuve plus rapidement encore.

- Les simplifications les plus utiles du calcul classique sont expliquées en relation les unes avec les autres à grand renfort d'exemples. Vous serez donc à même de choisir le moyen le plus pratique de résoudre n'importe quel problème de calcul.

1. Introduction

Connexités

Fondamentalement, l'arithmétique ne nous sert qu'à nous permettre d'évaluer des quantités afférentes à des objets solides — qu'il s'agisse de dénombrer des marchandises, des vaches, des centimètres, des kilowatts. Cependant, comme le même système numérique s'applique aux calculs intéressant tous ces objets si divers, on peut dissocier la notion de nombre de celle de la nature de l'objet. Les beautés de l'arithmétique, les terreurs que cette science inspire découlent de cette propriété. Pour permettre à notre esprit d'embrasser *totalement* toutes les possibilités de l'arithmétique, nous l'étudions en tant que science bien déterminée et abstraite.

Parce que la méthode est plus pratique, nous oublions les tomates et le chiffre quatre devient pour nous un concept abstrait mais correspondant à quelque chose de réel. Cette notion n'existe évidemment que dans les processus de pensée que nous avons élaborés au sujet de ces outils appelés « nombres » que l'homme a forgés lentement et laborieusement au fil des millénaires.

La place étant limitée, nous ne pouvons dans cet ouvrage que mentionner brièvement le curieux processus qui a voulu

qu'étant nés avec dix doigts, nous avons utilisé la base dix pour l'élaboration de tout notre système de numération. D'autres systèmes de numération ont été utilisés ou sont encore en usage aujourd'hui comme, par exemple, le système binaire de base deux utilisé par les calculateurs électroniques ou le système duodécimal, de base douze, dont on se sert encore dans certains commerces, celui des œufs en particulier, ou pour évaluer des marchandises à la grosse ; l'inch est une subdivision duodécimale du pied et la journée compte deux fois douze heures.

Notre système de numération est de base dix, parce que nous possédons dix doigts. Perfectionné au cours des siècles, ce système a acquis des qualités extraordinaires. Toutes les opérations qu'implique l'arithmétique peuvent être effectuées dans le cadre de ces dix premiers nombres.

Exercice extrêmement instructif quant aux relations qui lient les nombres entre eux, consacrons quelques instants à étudier l'exemple qui suit.

Commençons par considérer ces trois points :

. . .

Il n'y a là rien de très excitant, bien sûr. A présent, ajoutons trois nouveaux points en les disposant sous les précédents :

. . .
. . .

Combien y a-t-il de points ? Six, évidemment. Comment se fait-il qu'il y en ait six ? Aux trois premiers points, nous en avons ajouté trois autres. Que représente l'addition trois plus trois ?

Bien sûr nous connaissons tous la réponse et le raisonnement nous paraît enfantin. Cependant, on peut en tirer une conséquence.

Avons-nous doublé le premier nombre de points ? Il y en avait trois, nous en avons ajouté un nombre équivalent : à présent, il y en a six. Demandons-nous encore ce que signifie trois plus trois ? Et ce que représente la multiplication deux fois trois ?

La réponse vous est connue, mais arrêtez-vous là un instant

et essayez de vous représenter visuellement ces six points. Ils traduisent deux notions : celle de trois plus trois et celle de deux fois trois. Mieux vous saisirez ce rapport entre les nombres sans faire appel à un raisonnement, et plus vous assimilerez facilement et rapidement le contenu du présent ouvrage.

A présent, ajoutons trois nouveaux points :

Combien en avons-nous ?

Et que représente trois fois trois ? Pouvez-vous saisir aisément ce rapport, le « sentir » ? A quoi correspond l'addition six plus trois ? Tout en formulant votre réponse, prenez le temps de vous laisser imprégner de cette notion.

Que représente la notion du tiers de neuf ?

Jouez un peu avec ces points. Essayez d'établir le plus grand nombre de rapports concevables entre ces nombres. Vous noterez que les trois neuvièmes et le tiers de neuf sont des quantités équivalentes. Pourquoi ? Que représentent les six neuvièmes formulés d'une façon plus simple ?

Pour singulier que cela puisse paraître, toutes les opérations d'arithmétique, même celles qui mettent en jeu des millions, sont exécutées à partir de ces neuf premiers nombres. Ajoutez un à neuf, vous obtiendrez dix, la base de notre système de numération. Nous exprimons ce nombre en déplaçant le chiffre un pour signifier qu'il correspond à la quantité *une fois dix* et nous le faisons suivre d'un zéro pour rappeler que rien n'est à ajouter au nombre dix.

Si nous savons saisir tous les rapports existant entre les neuf premiers nombres, nous aurons déjà fait un grand pas pour nous familiariser avec la manipulation des nombres.

Arrêtons-nous là un instant ; sur votre bloc, marquez dix points. Amusez-vous à les disposer en deux rangées de cinq points. En disposant les points en rangées régulières contenant toutes un même nombre de points, voyez comment vous arrivez à un total de dix points. Revenons à nos deux rangées

de cinq points ; essayez à présent de comprendre pourquoi nous pouvons exprimer le cinquième de dix et la moitié de dix en ne faisant appel qu'à un seul chiffre et pourquoi nous ne pouvons en faire autant pour les quantités numériques correspondant au tiers ou au quart de dix.

En ne s'intéressant qu'à la réponse

Outre la nécessité de travailler en « saisissant » les relations entre les nombres, il vous faut tenir compte de certaines règles spéciales ; celles-ci vous permettront de manipuler plus rapidement les nombres.

La première de ces règles relève d'un simple entraînement. Cet entraînement — nouveau certes pour la plupart d'entre nous et parfaitement contraire aux procédures utilisées dans l'enseignement de l'arithmétique classique — permet à lui seul de progresser d'une façon stupéfiante.

La technique consiste à ne s'intéresser qu'à la réponse.

Dans l'addition, nous apprenons à « voir » les deux nombres 4 et 3 comme représentant le chiffre 7 et non plus les chiffres 4 et 3.

De même, dans la multiplication, nous apprenons à « voir » les nombres 4 et 3 comme représentant le nombre 12 et non plus les chiffres 4 et 3.

En insistant sur l'importance de ne voir que la réponse — de ne voir dans l'opération 6×7 que le résultat, soit 42 —, nous soulignons un facteur essentiel du vocabulaire de notre langage. On peut assimiler l'ensemble des exposés des méthodes et des simplifications qui suivront à une véritable grammaire, mais la grammaire ne saurait se passer d'un vocabulaire.

De temps à autre, au fil des pages de ce livre, j'insérerai un petit exercice à effectuer en ne considérant que la réponse. Ayez soin de ne pas sauter ces exercices ; ils sont importants. Ces calculs affectent directement les divers éléments et raisonnements contenus dans le présent ouvrage.

Ajoutez ces nombres : 8 7 6.

Avez-vous « senti » les chiffres 8, 7 et 6 ? Normalement on vous aura appris à décomposer le calcul, « à ajouter 8 à 7 pour obtenir 15 et 6 à 15 pour obtenir 21 ».

Cette technique est trop lente.

Entraînez-vous à regarder les chiffres 8 et 7 et à penser automatiquement au nombre « 15 ». Essayez de parvenir au résultat sans prononcer à haute voix les mots 8 et 7 et sans même penser à ces chiffres. A présent, en ne pensant qu'au nombre « 15 », regardez le chiffre 6 et « voyez » automatiquement le nombre « 21 ». En fait, vous ne prononcez pas le mot 6 et vous ne voyez même pas ce chiffre.

Si vous n'avez jamais essayé cette technique, son processus vous paraîtra neuf, mais vous choquera également. En vous entraînant un peu, vous acquerrez rapidement cette technique et elle vous permettra d'accélérer notablement la vitesse de vos calculs, sans même que vous ayez fait appel aux autres méthodes. Vous ne rencontrerez aucune difficulté. Avec un peu d'entraînement, vous réussirez, surtout si vous connaissez votre table d'addition et que vous n'avez pas besoin de réfléchir pour savoir que 8 plus 7 font 15. Votre cerveau opère une association exactement comme quand, vos yeux voyant les lettres m et i, vous prononcez le mot « mi ».

Essayez encore avec 8, 7 et 6.

A présent essayez de faire l'addition suivante en ne « voyant » que le résultat. Ne formulez ni en paroles ni par la pensée les chiffres de cette addition. De votre mieux, cherchez à voir 4 plus 5 comme 9 et non comme 4 et 5. Lisez littéralement les réponses de votre addition comme lorsque vous associez a et n et que vous formulez le mot « an » (et non a et n).

1	3	6	5
4	2	2	4
3	4	2	8
7	2	5	1

9	6	1	3
1	4	1	4

Si vous découvrez que vous formulez directement les réponses, c'est parfait ; mais dans le cas contraire, vous verrez que vous y arriverez en vous exerçant.

Servez-vous des nombres et non des chiffres

La seconde étape du processus qui vous permettra d'acquérir le sens des nombres améliorera encore davantage la rapidité et la sûreté de vos calculs. Il s'agit d'une évolution plus radicale encore que celle qui consiste à ne s'intéresser qu'au résultat. Sa technique vient à l'encontre de toutes les idées que nous avons généralement acquises sur les nombres, mais vous verrez rapidement à quel point elle satisfait la logique et quelle importance elle peut revêtir.

Son principe essentiel consiste à travailler sur les nombres de gauche à droite ; cette pratique est d'ailleurs approuvée par tous ceux qui apprennent à leurs élèves les simplifications usuelles applicables aux calculs.

Travailler de gauche à droite présente au moins trois avantages.

En premier lieu, ce sens est celui que nous adoptons pour lire tout ce qui est imprimé sur une page. Notre regard parcourt la ligne de gauche à droite.

En second lieu, c'est la façon dont nous contemplons un nombre avant de procéder à une quelconque opération. Regardez par exemple le nombre 164 928. *Il se lit* cent soixante quatre mille neuf cent vingt-huit. Pour procéder à une opération quelconque — addition, soustraction, etc. — on vous apprend à prendre ce nombre à l'envers : 8, 2, 9, 4, 6, 1. Il ne s'agit évidemment pas du même nombre. D'emblée, pour opérer sur ce nombre, nous adoptons une forme étrangère à sa réalité et méconnaissable.

De surcroît, le fait de travailler de gauche à droite vous

permet de faire apparaître en premier les éléments les plus importants du résultat.

Supposons que cinq personnes vous doivent chacune la somme de 31,15 francs. La multiplication classique effectuée de droite à gauche fera d'abord ressortir la somme de 15×5 soit 75 centimes. Elle fera ensuite ressortir $5 \times 1 = 5$ francs et ce n'est qu'au terme de l'opération que nous verrons apparaître le chiffre global de 155,75 francs.

Au contraire, en opérant de gauche à droite, le premier calcul de notre multiplication (5×3) nous apprendra que la somme qui nous est due est de l'ordre de 150 francs. Nous saurons ensuite qu'elle est de l'ordre de 155 francs et, s'il nous plaît de négliger les centimes, nous arrêterons là l'opération.

L'avantage de ce sens est évident. En lisant un nombre de gauche à droite, le premier chiffre que nous rencontrons est toujours *dix fois* plus important que le second, et *cent fois* plus important que le troisième et ainsi de suite jusqu'au dernier chiffre.

En opérant de la manière que nous préconisons, on voit donc apparaître progressivement les nombres en commençant par les plus importants. A elle seule, cette raison permet de dire que la méthode préconisée constitue le moyen le plus rapide d'évaluer un résultat.

Le fait que dans un nombre chaque chiffre représente un ordre dix fois moins important que celui qui est directement situé à sa gauche explique que bien des sociétés à présent adoptent des nombres « ronds » pour exprimer leurs opérations financières ou leur position ; on en arrive ainsi à dédaigner le nombre des centimes, voire à remplacer par des zéros le nombre des centaines ou des milliers de francs. C'est le nombre qui figure à gauche qui revêt une importance prépondérante.

La conversion en formes plus simples

Lorsque nous le pouvons et qu'aucun inconvénient ne nous

apparaît, nous transformons le plus souvent les données numériques de façon à adopter une formulation plus simple, ceci sans attacher beaucoup d'importance à ces modifications.

Que l'on ait ou non attiré votre attention sur le fait suivant, il est évident que quand au lieu de 7s. 6d., vous pensez 3/8[e] de livre, qu'au lieu de 25, vous pensez au quart de cent, qu'au lieu de 75, vous raisonnez sur 3/4 de 100, vous utilisez la notion de fraction, de partie contenue dans un tout. Cette conversion vous permet d'adopter une forme plus simple. Un chapitre très important sera consacré dans cet ouvrage aux simplifications que ce genre de conversion permet.

Vous aurez peut-être ainsi remarqué que pour multiplier 692 par 99, il est plus simple de multiplier 692 par 100 et de retrancher au résultat une fois 692 (69 200 − 692), que de poser la multiplication qui suit :

$$\begin{array}{r} 692 \\ \times\ 99 \\ \hline 6228 \\ 6228\ \ \\ \hline 68508 \end{array}$$

Cette méthode simplifiée est évidemment plus rapide et plus facile. Elle vous permet d'utiliser une des formes fondamentales de notre méthode de calcul qui consiste d'abord à arrondir et ensuite à corriger le résultat. Elle s'applique à bien d'autres nombres qu'à 99.

Il s'agit également là d'un exemple de conversion et d'adoption d'une formule plus simplifiée.

Autre exemple : dans un restaurant où le pourboire est de 15 pour cent, à la fin du repas, lorsqu'il s'agit de calculer ce pourboire, vous vous serez peut-être aperçu qu'il suffit de prendre 10 pour cent et d'ajouter au nombre ainsi obtenu une somme équivalente à la moitié. Pour une note de 24 francs, vous penserez 2,40 francs plus la moitié de 2,40 francs, soit 1,20 francs, égale 3,60 francs plutôt que de multiplier 24 par 15 et diviser le produit par 100.

Pour cette simplification, vous avez fait tout simplement appel à la technique dite de la « décomposition ».

Il existe d'autres techniques : celle de la décomposition en facteurs et celle des changements proportionnels. A mesure que vous apprendrez à connaître leur mécanisme et à les utiliser, ces divers genres de simplifications vous permettront de mieux « évaluer » les nombres.

Les quatre démarches pour comprendre le calcul et les nombres

Nous allons passer en revue rapidement les quatre principes essentiels permettant de mieux « saisir » les nombres :

1. Exercez-vous à bien voir les relations entre les nombres :

- Quel est le rapport entre le nombre 5 et le nombre 10 ?
- Entre 3 et 9 ?

2. Ne considérez que la réponse :

- Quand vous lisez l'addition 4 plus 3, pensez automatiquement 7 et non 4 plus 3.

3. Travaillez de gauche à droite :

- 27 demeure 27 et ne doit pas être considéré comme 7 unités plus 2 dizaines.

4. Convertissez pour obtenir des formes plus simples :

- 5 francs : cette quantité peut être considérée comme 5 francs ou 1/20 de 100 francs.
- 99 doit être considéré comme 100 moins 1.
- De même 15 sera remplacé par 10 plus 1/2 de 10.

(Il existe bien d'autres conversions que nous étudierons par la suite.)

Avant d'aborder le premier chapitre véritablement formateur de cet ouvrage, exercez-vous à ne « voir » que les réponses des multiplications suivantes, ceci de façon à assimiler le texte à mesure que vous le lisez. Souvenez-vous que 6×7 doit être traduit automatiquement par 42 et non pas par six fois sept :

1×9	7×3	8×4
5×5	4×6	3×2
4×7	5×8	3×9

2. L'addition par complément

Introduction

Plus une chose est simple, plus, par nature, elle est rapide. L'addition étant le processus simple le plus utilisé, il est tout indiqué de consacrer quelques efforts supplémentaires à apprendre une nouvelle méthode qui vous garantit un travail plus aisé et bien plus rapide.

Cette approche est entièrement différente de toutes celles qu'on enseigne dans les écoles. En fait, cette méthode n'a jamais été développée dans aucun des ouvrages traitant du sujet et elle est pratiquement inconnue, du moins en Occident.

Ce fait s'explique : le raisonnement fondamental sur lequel se base la méthode est étranger aux conceptions de la civilisation occidentale. Ce principe de base nous vient du Japon.

En 1946, divers journaux américains firent état d'une amusante histoire. Selon cette anecdote incroyable, le plus expert des opérateurs de machine à calculer électrique de toute l'armée du général MacArthur avait été franchement battu lors d'une compétition ayant pour cadre le théâtre Ernie Pyle de Tokyo ; il s'était fait battre par un boulier !

Confronté avec une longue série de calculs numériques, qui

comportait des additions et des soustractions de plus de cinquante nombres de trois à six chiffres chacun, ainsi que des divisions et des multiplications de nombres de douze chiffres au maximum, l'opérateur américain avait connu une sanglante défaite. Le vainqueur n'était qu'un appareil primitif, un instrument fait de boules enfilées sur des tiges.

En réalité, le boulier est un appareil permettant l'enregistrement des calculs et non une machine à calculer. Cet appareil est si simple d'emploi que divers types de bouliers ont été utilisés dans l'antiquité tant à Rome qu'aux Indes, en Chine, au Japon et dans de nombreux autres pays. Les bouliers ainsi utilisés étaient de types très divers ; certains de ces appareils se révélaient d'un maniement plus ou moins aisé, mais au Japon le problème du boulier fut étudié par les plus grands mathématiciens. Au cours des dernières décennies, le *soroban*, un appareil particulièrement élaboré, a ainsi été mis au point.

Cet appareil possède également des boules et des tiges. Tout boulier digne de ce nom comporte ces éléments essentiels. Alors que certains modèles chinois en usage actuellement comportent quinze boules par tige, le soroban en compte exactement neuf.

Ce nombre neuf est évidemment très évocateur. C'est le plus grand nombre qui puisse s'écrire avec un seul chiffre... et il joue un rôle fondamental dans notre système décimal (à base dix).

Les mathématiciens japonais avaient remarqué ce point. Après avoir utilisé pendant des siècles le boulier pour leurs calculs numériques, ils réfléchirent et comprirent qu'il était stupide d'enregistrer le nombre dix ou un nombre supérieur sur quelque tige que ce fût. En effet, le nombre dix pouvait être enregistré grâce à une seule boule de la même façon que nous utilisons par écrit le nombre dix en déplaçant le un d'un rang vers la gauche.

Pour en revenir à l'opérateur américain de cette fameuse compétition de Tokyo, il ne fut évidemment pas battu par le boulier. Il fut vaincu par l'opérateur qui maniait le boulier — un homme entraîné à la pratique du calcul arithmétique de

la méthode soroban ; celle-ci est tellement plus rapide et plus simple du point de vue du calcul que le Japonais réussissait à résoudre et à enregistrer chaque phase de la solution d'un problème en moins de temps qu'il n'en fallait à l'opérateur américain pour enregistrer ces résultats à l'aide de son clavier.

Précisons incidemment que le calculateur japonais en question n'était pas un génie du calcul. C'était certes un champion du soroban, mais (ainsi qu'il l'a précisé lui-même) que d'autres experts en cette technique pouvaient égaler. Il ne faut pas oublier que le soroban constitue l'appareil fondamental du calcul numérique d'une industrie japonaise qui, de nos jours, produit divers articles particulièrement élaborés, par exemple des jumelles, des appareils photographiques et des radios.

Celui qui aujourd'hui veut devenir comptable au Japon ne doit pas s'attarder à apprendre le maniement d'une machine à calculer ; il lui suffira de se familiariser avec les techniques du soroban.

La théorie du soroban

Le soroban, ou boulier japonais moderne, nous sera particulièrement utile dans notre exposé, car cet appareil est un précieux instrument de calcul numérique et parce que les Japonais, pour parvenir à l'utiliser avec une vitesse et une aisance incroyables, ont été obligés d'élaborer toute la théorie qui porte son nom.

Trois parties de cette théorie nous seront particulièrement précieuses dans l'exposé des techniques du calcul numérique simplifié.

1. *Procédez par étapes successives en enregistrant le résultat de la façon la plus simple et la plus rapide possible.*
2. *Travaillez de gauche à droite.*
3. *Dans vos calculs, ne dépassez jamais le nombre dix.*

Ce dernier conseil vous surprendra : dans vos additions ne dépassez jamais le nombre 10. Certes, ce principe viole tous

les enseignements scolaires et toutes les conceptions que nous avons des opérations arithmétiques. Pour appliquer ce processus, il existe un principe qui, à première vue, paraît compliqué.

Comme il vous faudra renoncer aux habitudes acquises en matière de calcul numérique et vous familiariser avec de nouvelles méthodes, au début cette technique vous paraîtra plus longue ; cependant, ces nouvelles techniques, vous vous féliciterez jusqu'à la fin de vos jours de les avoir apprises. Très vite vous vous apercevrez que vous êtes à même de résoudre divers genres de problèmes plus rapidement que vous ne l'avez jamais fait.

Même en admettant que vous connaissiez par cœur votre table d'addition jusqu'à 9 + 9 y compris, votre façon de calculer sera considérablement améliorée si vous vous contentez de concentrer votre attention sur la moitié des opérations qu'elle implique — et encore s'agit-il là des opérations les plus faciles. Très vite, en n'utilisant vraiment que la moitié de la table, vous verrez qu'inévitablement le rythme de vos opérations sera deux fois plus rapide.

En combinant cette pratique avec l'emploi automatique d'un système d'enregistrement des nombres supérieurs à dix et des dizaines, système que la méthode soroban vous fournit, vos calculs seront encore plus rapides ; deux techniques ont été spécialement mises au point pour parvenir à ce résultat.

Considérez le tableau suivant qui présente toutes les combinaisons possibles obtenues à partir de deux chiffres. Vous constaterez que le nombre de ces combinaisons est de 45. Ce tableau englobe toutes les additions à partir de 1 + 1 jusqu'à 9 + 9. A présent, nous vous demandons de remarquer que sur ces quarante-cinq additions, vingt d'entre elles donnent un résultat inférieur à 10, 5 d'entre elles donnent un résultat égal à 10, et les vingt dernières donnent un résultat supérieur à 10.

Ces vingt dernières sont les plus difficiles à retenir par cœur ; ce sont sur ces additions que la plupart des personnes butent le plus souvent.

Incidemment, soulignons que dans ce tableau chaque combinaison n'apparaît qu'une fois. Ainsi, le groupe 2 + 5 apparaît dans la colonne des « 2 », tandis que le groupe 5 + 2 ne figure pas dans le tableau ; il s'agit de la même addition dont les facteurs ont été inversés.

La composition de ce tableau ne relève pas du hasard. Certes on pourrait lui donner d'autres présentations, mais l'ordre et le schéma de ces arrangements sont particulièrement instructifs. Etudiez ce schéma avec soin et vous n'aurez qu'à vous en féliciter. En passant, remarquez que le nombre des groupes dont le total approche de 10 est particulièrement important et qu'inversement, le nombre des groupes dont le total est très faible ou très élevé diminue progressivement.

COMBINAISON DE DEUX CHIFFRES

								Total de chaque groupe
1 + 1								2
1 + 2			moins de dix					3
1 + 3	2 + 2							4
1 + 4	2 + 3							5
1 + 5	2 + 4	3 + 3						6
1 + 6	2 + 5	3 + 4						7
1 + 7	2 + 6	3 + 5	4 + 4					8
1 + 8	2 + 7	3 + 6	4 + 5					9
1 + 9	2 + 8	3 + 7	4 + 6	5 + 5				10
	2 + 9	3 + 8	4 + 7	5 + 6				11
		3 + 9	4 + 8	5 + 7	6 + 6			12
			4 + 9	5 + 8	6 + 7			13
				5 + 9	6 + 8	7 + 7		14
plus de dix					6 + 9	7 + 8		15
						7 + 9	8 + 8	16
							8 + 9	17
							9 + 9	18

Dans le système que nous allons à présent expliquer, voici comment nous traiterons ces quarante-cinq combinaisons :

En ce qui concerne les vingt groupes dont le total est inférieur à 10, nous les utiliserons comme nous en avons l'habitude dans le calcul numérique classique. Ces additions sont faciles. Les groupes dont le total fait 10 étant d'un emploi

particulièrement important, nous veillerons à apprendre ces additions sur le bout des doigts : (1 + 9, 2 + 8, 3 + 7, 4 + 6, 5 + 5). Nous prenons soin d'*oublier* les additions faisant intervenir des groupes dont le total est supérieur à 10 et nous nous imprégnons de la technique de l'addition complémentaire.

Ajoutez le complément

Voici la règle fondamentale de cette nouvelle technique :

Pour additionner deux nombres de un chiffre dont le total dépassera 10, il suffit de retrancher du plus petit de ces deux nombres le complément du plus grand de ces nombres, et d'ajouter au résultat de la soustraction le nombre 10.

Mais il y a d'abord lieu de savoir ce qu'est un complément. Ensuite, nous verrons comment enregistrer les dizaines. Ces deux processus sont également aisés.

Qu'est-ce qu'un complément ? Etant donné un nombre d'un chiffre, son complément est tout simplement le nombre qu'il faut lui ajouter pour faire 10. On peut également dire que le complément est le nombre qu'il faut ajouter à un nombre donné pour obtenir une dizaine.

Ainsi le complément de 9 est 1, parce que 9 + 1 = 10. De même 2 est le complément de 8, 3 celui de 7, 4 celui de 6 parce que 8 + 2, 7 + 3, 6 + 4 font 10. Même du plus profond de votre sommeil vous répondriez que 5 est le complément de 5.

Affronté à une addition comportant une longue colonne de nombres de plusieurs chiffres, vous n'aurez besoin d'utiliser que les cinq compléments que nous venons de mentionner. Dans le tableau des combinaisons possibles, vous voyez d'ailleurs qu'il n'y a que cinq groupes de chiffres dont le total fasse 10.

Avant de vous pencher sur le procédé de l'addition par complément, vérifiez que vous avez bien saisi l'idée en regardant les nombres qui suivent et en calculant automatiquement leurs compléments. Essayez de « lire » le complément de cha-

cun de ces nombres selon le processus qui vous permet déjà de « lire » la réponse à un problème relativement simple :

7 6 9 5 8

Le procédé qui consiste à utiliser les compléments dans l'addition exige un peu d'entraînement, mais il constitue une des simplifications les plus fascinantes que l'on puisse utiliser dans les calculs numériques. Pour ajouter deux nombres d'un chiffre dont le total est supérieur à 10, vous retranchez du plus petit de ces deux nombres le complément du plus grand et vous ajoutez une dizaine.

Ainsi pour faire 6 + 7, vous ôtez de 6 le complément de 7, soit 3. Cette soustraction donne 3 et vous ajoutez 10. Le résultat est donc 13.

Autre exemple : pour effectuer l'opération 8 + 4, vous retranchez de 4 le complément de 8, soit 2 et vous retenez une dizaine : 4 − 2 donne 2 et en ajoutant la dizaine le résultat définitif est 12.

Il est pratique de *soustraire le complément du plus grand des deux nombres à un chiffre plutôt que d'opérer avec le complément du plus petit*. En effet, à ce stade, pour opérer de la sorte il vous suffira de n'apprendre par cœur que la moitié du nombre des compléments des neufs premiers nombres. Cependant, ces compléments des quatre premiers nombres sont faciles à retrouver grâce aux groupes de deux nombres d'un seul chiffre dont le total fait 10 : il suffit d'une simple inversion ; en effet si 8 est le complément de 2, de même 2 est le complément de 8.

Jonglez avec ces compléments avant de pousser plus avant. Ajoutez 7 et 9 en soustrayant du plus petit de ces deux nombres le complément du plus grand : ... est le complément de 9, 7 moins... égale... N'oubliez pas de rajouter la dizaine. En fait vous vous familiariserez rapidement avec cette technique. La réponse est évidemment 16. J'espère que même du premier coup vous aurez obtenu cette réponse. Si vous vous êtes trompé, c'est que vous n'avez pas encore bien assimilé

le processus. Nous vous conseillons alors de relire les quelques pages qui précèdent.

A présent ajoutez 3 + 8. Allez-vous soustraire de 3 le complément de 8 ? Quel est le complément de 8 ? N'oubliez pas de rajouter une dizaine à la fin de l'opération.

Pour étrange et complexe que ce système puisse vous paraître au stade actuel de votre lecture, il n'en est pas moins beaucoup plus rapide. Vous êtes en fait en train de travailler à l'aide de la partie la plus facile à manier du tableau des quarante-cinq combinaisons de deux nombres d'un seul chiffre ; dans cette partie du tableau, chacun de ces groupes de deux nombres donne un total inférieur à 10. Soustraire le complément sera rapidement pour vous une opération facile, car les soustractions que vous effectuerez intéressent des groupes situés dans la partie supérieure du tableau. Considérez un instant ce tableau. En procédant à une addition par complément, vous ne serez *jamais* amené à opérer sur des groupes figurant dans la partie inférieure du tableau, dans laquelle on trouve les vingt combinaisons les plus difficiles et les plus délicates à manier.

Faites encore un ou deux exercices avant de poursuivre. Plus vous vous entraînerez et plus le système vous paraîtra facile et naturel.

Soit 6 + 5 ... est le complément de 6. 5 moins ... donne .... en reportant une dizaine.

Report des dizaines

Comme vous vous en souvenez, nous vous avons précisé que le soroban n'est pas une machine à calculer, mais un appareil à enregistrer des calculs numériques. En enregistrant successivement les divers stades du calcul, il libère l'opérateur et lui permet de se concentrer pour opérer plus rapidement et plus efficacement à chaque stade.

Nous pouvons également enregistrer ces divers stades. Notre méthode d'enregistrement de ces stades nous permettra de

faire porter notre attention sur la rapidité du calcul, à l'exemple de ce que fait le soroban. Il existe deux méthodes pour reporter et enregistrer les dizaines dans une addition effectuée à l'aide de compléments. La première méthode consiste tout simplement à *marquer d'un trait de crayon dans chaque colonne l'endroit où vous avez été appelé à utiliser un complément, et de ce fait à reporter une dizaine.* Si vous adoptez ce système, procédez toujours de la même façon pour acquérir un réflexe automatique. Au moment d'écrire le résultat, il vous suffira de balayer du regard la colonne dans laquelle vous opérez, de dénombrer les lignes que vous avez marquées, et vous aurez automatiquement le nombre des dizaines (il viendra s'inscrire à gauche du nombre des unités). Ainsi au lieu d'avoir à retenir le nombre 37, vous ne penserez qu'au chiffre 7 et vos yeux repéreront trois lignes dans la colonne.

Exemple. Nous allons étudier lentement et soigneusement les divers stades successifs d'un problème. Au début, ce processus vous paraîtra long et compliqué parce qu'il nous faut analyser avec clarté chaque stade. En fait, et vous le vérifierez à l'usage, cette technique de l'addition est bien plus rapide et plus aisée que toutes les techniques habituelles. Souvenez-vous que nous travaillons toujours de gauche à droite.

	Première colonne
	2 + 3 = 5
	5 − 1 (complément de 9) = 4. Enregistrez une dizaine en soulignant le 9.
	4 − 3 (complément de 7) = 1. Enregistrez une dizaine en soulignant le 7.
2 4	Inscrivez sous la colonne le 1 conservé en mé-
3 5	moire. Comptez le nombre de lignes. Il y en a
9 9	deux. Placez un 2 un cran à gauche de votre co-
7 9	lonne.
2 1 7	*Seconde colonne*
2	4 + 5 = 9
2 3 7	9 − 1 (complément de 9) = 8. Enregistrez une dizaine en soulignant le 9.

8 − 1 (complément de 9) = 7. Enregistrez une dizaine en soulignant le 9.
Inscrivez sous la colonne le 7 conservé en mémoire. Comptez le nombre de lignes. Il y en a deux. Inscrivez le 2 un cran à gauche de la colonne, sous le 1 de la première colonne.

A présent une simple addition vous permet d'obtenir le résultat, soit 237

Certes, il nous a fallu un certain temps pour expliquer ce processus stade par stade, mais vous découvrirez par la pratique que la méthode est bien plus rapide que celle que vous appliquiez antérieurement. Lorsque vous arriverez à faire cette opération automatiquement par la pensée, vous enregistrerez simplement les chiffres suivants : « 5, 4 (ligne), 1 (ligne) ; 9, 8 (ligne), 7 (ligne) ; 237 ».

Dans ce problème, un point peut être assez troublant pour vous. Nous associons par l'addition le chiffre auquel nous en sommes dans la colonne avec celui que nous avons conservé en mémoire et non avec le chiffre qui le précède dans la colonne. Par exemple, dans le problème précédent, en opérant dans la première colonne, nous soustrayons le complément de 9 (1) de 5 (le résultat de l'addition 2 + 3) et non de 3. Dans ce cas, vous procédez comme pour une addition ordinaire. L'emploi des compléments ne modifie pas le résultat.

Faites les opérations de l'exemple qui suit, pour lequel nous effectuerons les divers stades de l'opération d'une façon plus condensée. Voyez si vous suivez bien. Identifiez à chaque fois le complément utilisé et voyez bien pourquoi nous inscrivons une ligne chaque fois que nous employons un complément :

```
 6
 2
 8                    8, 6 (ligne), 3 (ligne).
 7                       Réponse : 23
---
23
```

Vous le voyez, votre travail devient plus aisé. Recommen-

cez lentement, ce qui facilitera votre compréhension de ce qui suit.

Plutôt que de poursuivre nos exercices, pour l'instant, étudions la seconde méthode permettant d'enregistrer et de reporter les dizaines. Cette seconde méthode est plus rapide et, le plus souvent, on aura intérêt à l'utiliser. Cependant, nous vous conseillons de choisir celle qui vous paraîtra la plus naturelle et la plus pratique ; adoptez-la et concentrez votre attention sur sa technique. De même lorsque nous en arriverons au chapitre des simplifications, vous choisirez entre les diverses solutions qui peuvent être indifféremment adoptées. L'emploi coutumier d'un processus donné favorise l'automatisme du calcul et accélère sa rapidité.

Comptez sur vos doigts

La seconde méthode d'enregistrement des dizaines consiste *à utiliser ses doigts*. A l'école, on nous a appris à ne pas compter sur nos doigts, notre méthode peut donc vous paraître surprenante. En fait, le but à atteindre est complètement différent. Pourquoi nous a-t-on demandé de ne pas compter sur nos doigts ? Parce que, ce faisant, nous utilisions une sorte de béquille qui gênait l'éclosion de notre aptitude à maîtriser les opérations du calcul numérique. En utilisant nos doigts pour l'*enregistrement* des dizaines, nous adoptons une approche assez voisine de l'enregistrement automatique que permet le soroban ; celle-ci vous permettra de vous libérer l'esprit et donc de manipuler les chiffres plus rapidement.

Ce système fonctionne comme suit : pour enregistrer la première dizaine (obtenue dès que vous utiliserez le premier complément ou que vous obtiendrez un total égal à 10), recroquevillez le petit doigt dans la paume de la main. Pour enregistrer la seconde dizaine, employez l'annulaire. Si dans cette même colonne vous êtes appelé à employer un autre complément et que vous obtenez un total de 10, utilisez alors le majeur. Vous avez ainsi enregistré trois dizaines ; opérez de

même jusqu'à avoir cinq dizaines.

Si dans une même colonne le nombre de dizaines est supérieur à cinq, ouvrez la main et recommencez avec l'auriculaire. Peut-être souhaiteriez-vous inscrire une petite ligne dans la colonne à ce stade, pour indiquer que vous avez déjà cinq dizaines et mieux vous en souvenir. Vous pouvez choisir n'importe quel autre genre de signal qui soit logique.

En matière de calcul numérique, les habitudes revêtent une grande importance. En utilisant avec constance les techniques qui vous paraissent les plus pratiques, vous parviendrez à accélérer la vitesse de vos calculs.

L'emploi des doigts pour compter les dizaines, et ceci à la place des lignes, ne modifie évidemment pas les processus de votre calcul à la fin de chaque colonne. Vous commencez par graver dans votre mémoire le premier chiffre résultant de l'addition finale. Puis, à gauche de ce chiffre, vous enregistrez celui du nombre des doigts que vous avez repliés. (A ce nombre vous ajoutez 5 s'il vous a fallu dépasser le pouce et déplier la main.)

Prenons un exemple :

Première colonne

5 + 1 = 6
6 + 3 = 9
7 − 1 (complément de 9) = 6. Pliez l'auriculaire, retenez 6 par la pensée.
Un de vos doigts est plié. Inscrivez 1 tout à gauche.

Deuxième colonne

5 7 4	7 − 1 (complément de 9) = 6. Pliez un doigt.
1 9 8	6 − 4 (complément de 6) = 2. Pliez un deuxième
3 6 5	doigt.
7 4 4	2 + 4 = 6
1 6 6 1	Retenez le 6 par la pensée.
2 2	Comme vous avez deux doigts pliés, inscrivez 2 à
1 8 8 1	gauche sous le 6 de la première colonne.

Troisième colonne

4 − 2 (complément de 8) = 2. Pliez un doigt.
2 + 5 = 7

4 − 3 (complément de 7) = 1. Pliez un deuxième doigt.
Souvenez-vous du 1.
Ayant plié deux doigts, inscrivez 2 un cran plus à gauche sous le 6 de la deuxième colonne.

Notez bien le point suivant : comme il est plus rapide d'utiliser le complément du plus grand des deux nombres d'un chiffre que vous désirez additionner, et ceci à tout moment (un de ces nombres étant celui que vous avez retenu et l'autre étant le chiffre suivant de la colonne), vous utiliserez parfois le complément du nombre que vous avez conservé en mémoire et parfois celui du chiffre suivant figurant dans la colonne. Que vous procédiez d'une façon ou d'une autre, le résultat sera le même.

A présent attaquons-nous à un autre exemple, pour lequel nous ne fournissons qu'une explication condensée du processus.

```
  7 8 2
  4 2 6
  9 8 4
  3 6 1
  5 7 9
2 8 1 2
    3 2
3 1 3 2
```

Première colonne

1 (doigt), 0 (doigt), 3, 8. Inscrivez 8 sous la colonne et 2 un cran à gauche.

Deuxième colonne

0 (doigt), 8, 4 (doigt), 1 (doigt). Inscrivez 1 sous la colonne, et 3 un cran à gauche (sous le 8).

Troisième colonne

8, 2 (doigt), 3, 2 (doigt). Inscrivez 2 sous la colonne et 2 un cran à gauche (sous le 1).

Cet exemple fait ressortir un nouveau fait : en formulant la réponse définitive, il y a parfois lieu d'accroître d'une unité un des chiffres que vous avez déjà mis en place. Ainsi dans le problème précédent, le chiffre 2 figurant dans la colonne tout à gauche devient 3 et le résultat s'énonce 3 132. Comme il s'agit pour l'instant d'une addition de deux nombres, ce fait ne devrait pas soulever de difficulté. Lorsque nous en serons à la multiplication, qui implique des processus un peu plus difficiles, vous apprendrez à vous familiariser avec l'emploi

d'une technique spéciale vous permettant de travailler de gauche à droite et de traiter de la même façon des problèmes assez complexes. Toutes vos additions se résumeront à une simple addition de chiffres répartis sur deux lignes, et dans le résultat final les divers chiffres du résultat intermédiaire ne seront jamais accrus que d'une unité. Vous devriez pouvoir travailler de gauche à droite en jetant simplement un coup d'œil à la colonne suivante à mesure que vous inscrivez un chiffre ; ce coup d'œil vous permettra de déterminer si le total des chiffres figurant dans cette colonne égale ou dépasse 10. Si c'est le cas (et à ce stade vous n'avez pas besoin de vous soucier de l'importance du dépassement), accroissez d'une unité la valeur du chiffre que vous inscrivez.

Dans le problème exposé ci-dessus, un coup d'œil à la seconde colonne vous apprend que 8 + 3 dépasse 10 et, au lieu du chiffre 2, vous inscrirez un 3. En fait, vous enregistrez à l'avance l'emploi d'un complément que vous aurez à utiliser en effectuant l'addition de la seconde colonne. Pour obtenir le second chiffre de la réponse finale, vous soustrayez le complément de 8, soit 2, du nombre 3 et vous inscrivez donc le chiffre 1. La dizaine a déjà été transcrite lorsque vous avez transformé, dans la colonne précédente, le 2 en 3.

Révision

Approfondissons l'emploi des compléments afin de mieux aiguiser votre « perception des nombres » et de leur manipulation.

N'oubliez pas que chaque fois que vous dépassez le nombre 10 vous repartez de 1 : exemple 11, 21, etc. L'emploi d'une table d'addition des nombres dont le total est supérieur à 10 ne faisant qu'étendre le nombre des combinaisons que nous devons garder en mémoire et dont il nous faut nous servir avec aisance, l'emploi des compléments nous permet de ne faire appel qu'aux combinaisons dont le total est égal ou inférieur à 10.

Prenons un exemple pour lequel, normalement, nous ne ferions pas appel à l'emploi d'un complément. L'addition 9 + 10 peut s'effectuer indifféremment de deux façons :

$$\begin{array}{r} 10 \\ +\ 9 \\ \hline 19 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10 \\ +\ 10 \\ \hline 20 \\ -\ 1 \\ \hline 19 \end{array}$$

Ce processus se comprend aisément d'un seul coup d'œil : 9 est inférieur à 10 d'une unité ; nous pouvons donc soit ajouter 9, soit ajouter 10 en soustrayant 1. Ceci est vrai quel que soit le chiffre auquel l'addition s'applique :

$$\begin{array}{r} 5 \\ +\ 9 \\ \hline 14 \end{array} \text{ ou } \begin{array}{r} 5 \\ +\ 10 \\ \hline 15 \\ -\ 1 \\ \hline 14 \end{array} \text{ et de même } \begin{array}{r} 8 \\ +\ 9 \\ \hline 17 \end{array} \text{ ou } \begin{array}{r} 8 \\ +\ 10 \\ \hline 18 \\ -\ 1 \\ \hline 17 \end{array}$$

Ce calcul est juste parce que (vous le savez déjà) 1 est le complément de 9. Dans le développement de chaque phase de la théorie, l'emploi des compléments peut vous paraître plus compliqué. Cette décomposition de l'addition de 10 complique apparemment le processus du calcul. En fait, nous ne nous donnons jamais le mal d'effectuer l'addition de 10 car nous savons qu'il nous suffit d'enregistrer une dizaine.

Effectuées de cette façon, les deux opérations précédentes se présentent comme suit :

$$\begin{array}{r} 5 \\ +\ 9 \\ \hline 14 \end{array} \text{ ou } \begin{array}{r} 5 \\ +\ 10 \\ \hline 15 \\ -\ 1 \\ \hline 14 \end{array} \text{ ou } \begin{array}{r} 5 \\ -\ 1 \\ \hline 4 \end{array} \text{ et 10 que nous avons retenu, ce qui fait 14}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ +\ 9 \\ \hline 17 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 8 \\ +\ 10 \\ \hline 18 \\ -\ 1 \\ \hline 17 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 8 \\ -\ 1 \\ \hline 7 \end{array} \quad \text{et 10 que nous avons retenu, ce qui fait 17}$$

Avez-vous bien saisi la similitude exacte de ces trois procédés ?

Nous avons choisi le nombre 9 pour cette démonstration car ce nombre est inférieur à 10 d'une unité, ce qui tombe sous le sens. De même qu'il faut ajouter 1 à 9 pour faire 10, il suffit d'ajouter 2 à 8, 3 à 7, etc., pour faire 10. L'emploi de ces autres combinaisons ne modifie en rien le principe.

Prenons encore un exemple et exprimons de ces trois façons différentes une autre identité :

$$\begin{array}{r} 4 \\ +\ 7 \\ \hline 11 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 4 \\ +\ 10 \\ \hline 14 \\ -\ 3 \\ \hline 11 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 4 \\ -\ 3 \\ \hline 1 \end{array} \quad \text{et 10 que nous avons retenu, ce qui fait 11}$$

A ce stade, prenez votre bloc et effectuez l'addition 5 plus 8 de ces trois façons. Plus vous réussirez à saisir l'identité de ces trois procédés et plus facilement vous utiliserez les compléments.

Analogie qui s'est révélée précieuse pour certaines personnes, on peut comparer l'addition à une série d'échelles que l'on gravit, comportant chacune dix barreaux et reliant entre eux des étages de même niveau. A tout instant, l'intéressé sait sur quel barreau il se trouve et sait aussi à quelle échelle il appartient. Imaginons que vous soyez sur le sixième barreau de la troisième échelle (cette position correspond au nombre 36). On vous dit de gravir huit barreaux et vous cherchez à savoir le plus rapidement possible en quel endroit de cette succession d'échelle cette montée vous placera.

Vous savez en premier lieu que vous vous trouverez sur

la quatrième échelle (ce qui correspondra à un nombre dans la quarantaine), ceci parce qu'il ne vous reste plus huit barreaux à gravir sur la troisième échelle. Admettons que l'on ne vous ait jamais appris à effectuer l'addition 6 plus 8. Vous savez qu'en grimpant dix barreaux ce mouvement vous placerait au même niveau sur l'échelle suivante (au nombre 46) ; 8 étant inférieur à 10 de 2 unités, vous vous trouvez deux barreaux plus bas (au nombre 44).

Par conséquent toute addition qui vous fait changer de dizaine, et donc d'échelle, vous place sur l'échelle suivante à un niveau inférieur au niveau que vous avez quitté, et ceci d'un nombre de barreaux égal au complément du nombre que vous venez d'ajouter.

Avant d'aborder le chapitre suivant, entraînez-vous à l'emploi des compléments pour acquérir un véritable automatisme. Effectuez selon cette méthode les additions suivantes. Pour l'enregistrement des dizaines, utilisez la méthode des lignes ou celle des doigts, ceci à votre choix, mais en adoptant l'une ou l'autre une fois pour toutes.

N'ajoutez pas les chiffres deux à deux mais utilisez les compléments en soustrayant du plus petit des deux nombres le complément du plus grand et en enregistrant une dizaine à chaque fois. « Voyez » la réponse, ne l'écrivez pas.

5	8	4	3
7	6	9	8
9	4	6	7
2	7	5	9

Pour « lire » ces exemples (et il faut chercher à les lire plutôt qu'à effectuer les opérations), vous aurez peut-être intérêt à prononcer les chiffres à voix basse, ce qui guidera votre pensée dans la bonne direction. L'usage de cette pratique ne devra pas être prolongé, mais au stade initial son emploi vous aidera à briser des habitudes acquises. Formulez ainsi « 5 − 3 = 2 » (je replie un doigt) de façon à chasser

de votre esprit la formulation pratiquée habituellement : « 5 + 7 = 12 ». En fin de compte votre pensée se bornera à enregistrer « 2, un doigt ».

Pour acquérir une grande vitesse dans le calcul numérique, la condition essentielle de l'emploi de ce système est de connaître automatiquement vos compléments. Revoyez rapidement ces compléments. Essayez de « voir » sans même y penser le complément de chaque chiffre que vous regardez.

8 7 9 6

Ces chiffres sont les seuls pour lequels, à ce stade, vous avez besoin d'utiliser les compléments ; 5 est le complément de 5 mais vous n'utilisez jamais cette notion, car vous devez penser automatiquement « 0, un doigt ». Quand vous vous trouvez en présence d'un 5 et d'un nombre de un chiffre plus grand que 5, vous utilisez le complément de ce dernier.

Quel est le complément de 7 ?

Si ces calculs vous obligent à perdre, ne fût-ce qu'une seconde, à réfléchir, relisez à nouveau vos compléments pour que votre esprit acquiert une base qui vous permettra de progresser rapidement tout en poursuivant la lecture de l'ouvrage.

Enregistrez sans réfléchir les compléments des chiffres suivants.

6 9 8 7

Cette répétition ne présente pas un caractère exagéré ; elle est nécessaire pour qui veut dominer ce nouveau système. Ce principe est à la base d'une des deux principales méthodes mises en œuvre dans les machines à apprendre.

Effectuez cette rapide vérification de vos réactions à ce stade pour vous assurer que vous êtes prêt à aborder le chapitre suivant, grâce auquel l'addition par complément vous permettra d'accélérer votre rythme de calcul ; progressivement, vous prendrez confiance dans les possibilités de la méthode.

- *Qu'est-ce qu'un complément ?*
- *Quel est le complément de 7 ?*

- Quand vous additionnez deux nombres d'un chiffre dont le total est supérieur à 10, est-ce que vous ajoutez à l'un d'eux le complément de l'autre, ou est-ce que vous retranchez ce complément ?
- Est-il plus rapide d'utiliser le complément du plus grand de ces nombres ou celui du plus petit ? Pourquoi ?
- Quel est le complément de 6 ?
- Quand vous additionnez les chiffres d'une colonne, enregistrez-vous les dizaines par la pensée ou par une méthode quelconque ?
- Quel est le complément de 8 ?
- Comment enregistrez-vous une dizaine ?
- Quel est le complément de 9 ?
- Quand vous ajoutez les chiffres d'une colonne, ajoutez-vous le chiffre auquel vous en êtes à celui qui le précède ou à celui que vous gardez en mémoire et qui résulte des additions précédentes ?
- Etes-vous en mesure d'expliquer à un ami les avantages des compléments et leur maniement ? Faites comme si on vous le demandait et essayez.

L'addition des nombres décimaux

Effectuer l'addition des nombres décimaux ne présente aucune difficulté à condition de respecter une règle fondamentale : disposer les virgules les unes en dessous des autres. Si vous additionnez 10 342 et 61, vous disposez ces nombres en colonne de façon à ce que les unités soient les unes sous les autres. La virgule marque tout simplement la fin de la partie entière du nombre considéré.

En tenant compte de cette règle, disposez les nombres suivants en vue d'effectuer l'addition :

65,3
2,13
100,2
0,935

Avec votre bloc recouvrez le tableau ci-dessous qui présente la disposition correcte de ces nombres, puis faites l'exercice.

En vous servant des virgules pour marquer la fin de la partie entière de chaque nombre vous les disposez comme suit :

```
  65,3
   2,13
100,2
   0,935
```

Vous voyez que la chose est aisée ; elle est élémentaire mais très importante. Une fois ces nombres disposés correctement, il vous suffit d'effectuer l'opération normalement. Oubliez les virgules jusqu'au moment où, dans le résultat final, vous insérerez une virgule en colonne avec les autres. Les dizaines sont à reporter exactement selon le processus habituel et sans tenir compte de l'existence de la virgule ; c'est là l'avantage essentiel du système décimal. Il permet de traiter des quantités fractionnaires de la même façon que l'on traite des nombres ordinaires et en même temps que ceux-ci, au lieu d'avoir à opérer séparément sur ces quantités fractionnaires.

3. Pour gagner de la vitesse en additionnant

Le chapitre précédent vous a permis de vous faire une idée d'un des plus intéressants développements, un des plus nouveaux aussi, de la science du calcul rapide. A mesure que vous vous familiariserez avec l'emploi de cette méthode, vous en percevrez mieux la beauté et vos calculs seront plus rapides.

Pour vous encourager à faire tous les exercices contenus dans ces pages, j'ai caché au milieu de ce chapitre un nouveau principe qui vous permettra d'accroître encore la rapidité de vos additions.

Commencez par « lire » les résultats des additions suivantes. Si possible, évitez de réfléchir, de formuler les chiffres du bout des lèvres et même de « voir » l'opération intermédiaire que vous effectuez. *N'oubliez pas les compléments des groupes dont le total est supérieur à 10.*

7	4	1	6	8	4
4	4	2	4	5	3
3	8	2	9	1	2
6	2	5	4	3	7
5	9	1	5	6	4
3	5	8	8	6	1

6	3	8	9	5	7
7	2	9	7	5	2

Arrêtez-vous un instant, posez-vous quelques questions.

Avez-vous réussi à ne « voir » que les réponses et non les deux chiffres que vous additionnez ? Avez-vous réussi à commencer à « voir » rapidement d'un coup d'œil les groupes dont le total est supérieur à 10 et à soustraire du plus petit des deux nombres le complément du plus grand tout en repliant un doigt ?

Dans le cas contraire, recommencez l'opération en faisant bien attention à utiliser les compléments. Ces groupes, dont le total est supérieur à 10, ont été intentionnellement mélangés à des groupes dont le total est inférieur à 10. Ces deux genres de groupes ont une répartition analogue dans toutes les opérations de calcul que nous effectuons quotidiennement.

A présent, familiarisons-nous davantage encore avec la pratique de cette méthode. En fait, ces nombres n'ont pas été choisis au hasard. Toutes les combinaisons de groupes de deux nombres à un chiffre ont été déterminées et apparaissent dans les tableaux servant à l'entraînement au calcul.

Cherchez à ne voir que les réponses en utilisant les compléments le cas échéant :

8	7	4	3	6	4
7	3	9	3	1	6
3	1	6	5	3	2
4	1	5	9	5	8
2	7	1	8	8	6
9	8	6	4	1	9
5	4	3	5	2	2
2	5	8	7	2	1

Voilà qui suffit pour l'instant ! Le calcul arithmétique, même

rapide et simplifié, exige de la concentration. Au point de départ, la nouvelle technique exigera de vous une concentration plus grande que celle que demande le calcul numérique classique que vous pratiquiez. En effet, il vous faut prendre le temps de prendre garde à bien opérer selon de nouvelles règles.

A présent, finissons-en avec les exercices qui consistent à manipuler des combinaisons de groupes de nombres à un chiffre. N'oubliez pas de replier un doigt ou d'inscrire une ligne chaque fois que le total du groupe dépasse 10.

1	9	3	5	1	3
9	2	9	6	7	1
4	9	8	9	6	3
2	8	6	9	8	7
6	5	4	8	1	4
3	4	4	3	3	8
7	2	7	6	9	5
6	3	5	2	1	1
7	2	9	8	9	2
1	4	4	8	6	6
1	7	7	9	7	4
5	7	8	8	9	9

Et voilà ! Nous venons d'énumérer toutes les combinaisons de deux nombres à un chiffre.

Au cours de votre vie, vous ne rencontrerez pas de combinaisons sur lesquelles vous ne vous soyez pas entraîné.

Certaines des additions que nous sommes appelés à faire ne font intervenir qu'une paire de chiffres comme dans les exercices que vous venez de faire. Cependant, le plus sou-

vent, ces additions sont plus compliquées. Dans nos calculs, qu'il s'agisse par exemple de prix de vente des lots d'un terrain, ou des rendements des divers marchés d'un produit, nous avons à réaliser des additions qui comportent plus de trois chiffres par colonne.

Vous avez compris l'avantage que présente l'emploi des compléments dans l'addition, mais il est peut-être judicieux d'effectuer encore quelques exercices. Ce processus implique que vous utilisiez les compléments alors que l'addition associe le chiffre que vous avez gardé en mémoire (résultat de l'addition des nombres précédents figurant dans la colonne en question) et le chiffre suivant figurant dans la colonne ; il ne s'agit plus d'additionner deux chiffres isolés, choisis simplement à titre d'entraînement.

Voyez l'addition suivante :

$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \\ \underline{7} \\ 21 \end{array}$$

En additionnant les deux premiers chiffres vous soustrayez 3 (complément de 7) pour obtenir 4 et vous enregistrez une dizaine, ce qui fait 14. Après avoir enregistré cette dizaine (en pliant un doigt ou en traçant un trait), vous vous empressez de l'ignorer pour accélérer la rapidité du calcul.

Votre regard tombe à présent sur le 7 qui reste. Vous l'associez non pas au chiffre 7 qui le précède dans la colonne mais au chiffre 4 que vous avez gardé en mémoire : 4 − 3 (complément de 7) = 1 et vous enregistrez une deuxième dizaine. Vous avez enregistré 2 dizaines et conservé en mémoire le chiffre 1, la réponse est donc 21.

Cette réponse vous vient à l'esprit d'une « façon naturelle » ; de même le tableau du soroban la formule naturellement.

Toutes ces notions étant assimilées, vous utiliserez ce pro-

cédé de calcul plus rapidement et plus facilement si vous consacrez quelques minutes à le pratiquer en analysant son fonctionnement. En utilisant la technique du complément, parcourez la colonne suivante ; voyez si la façon dont vous avez opéré correspond à la description figurant sous la colonne :

9
8
6
8
9
5
7
52 .

L'emploi du système des compléments se pratique de la façon indiquée ci-après (nous présumons que pour enregistrer les dizaines vous utilisez vos doigts ; remplacez le mot « doigt » par le mot « ligne » si vous utilisez le système des lignes) : 7 (doigt), 3 (doigt), 1 (doigt), 5, 2 (doigt). 5 doigts + 2 unités = 52.

Remarquez qu'entre le 5 et le 7 vous n'avez pas enregistré de dizaine, autrement dit ajouté un doigt. *Pourquoi ?*

A présent parcourez les additions suivantes et voyez si grâce aux nombres des dizaines enregistrées et aux chiffres que vous avez conservés en mémoire, vous obtenez des résultats conformes à ceux qui sont notés. Si vous remarquez des erreurs, recommencez l'opération erronée :

7	3	8	4
5	9	7	2
8	9	6	0
9	9	9	2
3	9	6	1
32	39	36	9

La dernière colonne figure dans cet exercice pour vous rappeler qu'il n'est pas toujours *indispensable* d'utiliser les compléments ; on ne se sert d'un complément que lorsque le total de l'addition de deux chiffres dépasse 10.

Améliorez votre vitesse de calcul grâce à des associations

Vous vous êtes familiarisé avec deux des principes essentiels qui permettent d'effectuer des calculs rapides, et vous avez commencé à les appliquer : il s'agit de l'enregistrement des dizaines et de l'utilisation des compléments dans les additions de deux nombres dont le total égale ou dépasse 10.

Pour procéder à des additions très rapides, il est bon de faire usage d'un autre principe important. Il s'agit en réalité d'une « simplification » très classique. Cette simplification est d'un emploi encore plus facile si on utilise la méthode des compléments ; en effet, au lieu de disperser votre esprit sur les quarante-cinq combinaisons possibles, vous utiliserez les vingt-cinq combinaisons auxquelles ce système s'applique presque automatiquement.

Admettons que vous sachiez manipuler parfaitement ces vingt-cinq combinaisons ; votre maîtrise et la rapidité de votre calcul numérique se trouveront encore accrues si vous adoptez la technique dite de l'association. Grâce à cette technique, tout groupe de deux nombres d'un chiffre dont le total est inférieur à 10 se traduit dans votre esprit par un seul nombre d'un chiffre, et tout groupe de deux chiffres complémentaires laisse intact ce chiffre que vous avez gardé en mémoire tout en vous entraînant à accroître d'une unité le nombre des dizaines enregistrées.

Le processus est identique à celui qui fait que quand vous voyez a et n vous lisez « an ». Ainsi 3 et 4 deviendront 7 (si vous additionnez). Voici le processus :

3)
4) 7

2)
6) 8

3)
7) 10 - Reporter une dizaine

5)
3) 8

L'expert traduira cette addition sous la forme 7, 8 (nombre des dizaines) et 8. Pour lui le 3 et le 4 deviendront un 7, etc. Votre esprit doit penser automatiquement : 5 (un doigt), un doigt, 3 (un doigt) = 33. Le procédé est rapide et étonnamment facile.

A présent, opérez par association sur les exemples qui suivent :

2	7
7	1
6	8
3	2
1	3
4	2
5	6
2	3
7	6
1	3
38	41

En effectuant vos additions, essayez d'associer des groupes de chiffres formant un total inférieur ou égal à 10. L'emploi systématique des compléments vous permettra de traduire automatiquement l'addition 7 + 3 par un doigt (ou par un trait dans la colonne des chiffres), ceci sans modifier le nombre conservé en mémoire et qui résulte des additions effectuées antérieurement.

Jusqu'à présent, ces additions n'ont comporté qu'une colonne de chiffres ; certaines additions que nous faisons dans notre travail ou à la maison sont de cette nature, mais le

plus souvent nous aurons à nous heurter à des additions comportant plusieurs colonnes.

Il est temps à présent de nous remettre à la technique qui consiste à effectuer des additions en travaillant de gauche à droite et de rafraîchir vos connaissances.

Rappelez-vous que quand nous faisons l'addition des nombres de chaque colonne, nous inscrivons sous la colonne le dernier chiffre qui nous est venu naturellement à l'esprit et que nous inscrivons à gauche de ce chiffre le nombre de dizaines que nous avons enregistrées. Dans la première colonne, nous pouvons placer directement ce nombre des dizaines tout à gauche. Pour les colonnes ultérieures, ce chiffre doit être décalé d'une ligne vers le bas à cause de la présence du chiffre résultant de l'addition des nombres de la colonne précédente. En utilisant toutes vos connaissances, procédez à l'addition suivante et voyez si le résultat concorde avec celui que nous vous donnons. Travaillez de gauche à droite :

```
  8 9 5 2 8 8 1 7
  9 7 7 7 6 9 4 2
  9 4 8 7 6 2 4 9
-----------------
2 6 0 0 6 0 9 9 8
  2 2 1 2 1   1
-----------------
2 8 2 1 8 2 0 0 8
```

Cet exemple nous permettra de souligner un ou deux points particuliers. Notez que dans l'avant-dernière colonne nous n'avons enregistré aucune dizaine et donc pas de chiffre à gauche. Notez aussi que l'addition des deux résultats partiels vous conduit dans l'avant-dernière colonne à reporter une dizaine à travers l'avant-avant-dernière colonne jusqu'à la colonne plus à gauche. L'addition des reports, autrement dit des dizaines enregistrées à la fin de l'addition de chaque colonne, vous conduira parfois à opérer de la sorte. Etant donné que vous n'aurez jamais à additionner plus de deux lignes de chiffres représentant les reports, un coup d'œil sur

le travail qui vous reste à effectuer vous permettra de déterminer s'il vous faut ainsi reporter un 10 en arrière. Si cette pratique vous paraît difficile, contentez-vous de *souligner* le chiffre auquel vous découvrez que vous avez à ajouter un 10. Ce trait signifiera que le chiffre souligné est à accroître d'une unité, technique d'ailleurs avec laquelle vous vous familiariserez aisément lorsque nous aborderons le chapitre de la multiplication.

Si vous utilisez cette méthode, le résultat de l'addition effectuée ci-dessus se présentera comme suit :

2 8 2 1 8 1 0 0 8

Vous avez souligné le 1 parce que, en jetant un coup d'œil à la colonne suivante, vous vous êtes aperçu qu'elle n'entraînerait pas de report. Cependant, en additionnant cette colonne (le 9 avec rien en dessous) vous vous êtes aperçu que la colonne suivante (l'avant-dernière), 9 + 11, entraînera un report de 10. Ceci modifiera le 9 en 0 et entraînera le report d'une dizaine dans la colonne où vous avez déjà inscrit 1 comme résultat de votre addition. A ce stade, il serait mal venu de modifier ce 1 et vous vous contentez donc de le souligner. En lisant ou en recopiant la réponse définitive, vous transformerez le 1 en 2.

Si ce procédé vous semble lent ou difficile, n'oubliez pas qu'il est d'une pratique courante avec le boulier. L'on considère qu'il est plus avantageux de reporter ainsi un 10 en arrière que de sacrifier les avantages qui découlent de la pratique de l'addition de gauche à droite.

Conclusion évidente, il y a lieu de s'entraîner davantage. Il faut faire des exercices jusqu'à ce que ces principes d'application deviennent automatiques : il faut que vous commenciez à « voir » les résultats, il faut que vous sachiez additionner les groupes de deux chiffres dont le total est inférieur ou égal à 10 sans même y penser.

En utilisant toutes les connaissances que vous avez déjà acquises et en notant les résultats sur votre bloc ou sur des

fiches pour pouvoir les consulter ultérieurement, essayez de lire littéralement à travers les opérations suivantes :

1584	8671	2638
7313	9965	5744
1931	6893	6736

A ce stade, vous en arrivez à combiner les diverses règles que vous avez apprises et à les mettre en pratique. L'addition de certaines colonnes implique l'emploi des compléments et l'enregistrement de dizaines ; pour d'autres ces deux techniques ne sont pas requises. Les chiffres de certaines colonnes sont tels que vous aurez à reporter des dizaines dans le résultat de colonnes antérieurement calculées. D'autres colonnes comprennent des chiffres que vous pouvez ajouter automatiquement d'un simple coup d'œil ; dans les calculs que nous avons quotidiennement à faire, nous retrouvons cette même variété des additions. Vous ne trouverez jamais des ensembles d'additions bien ordonnancés et destinés à faire ressortir un point particulier.

A présent, reprenez votre bloc et, sur une page vierge, *faites à nouveau tous les exercices déjà mentionnés*. Comparez les résultats que vous obtenez aux résultats précédents. Sont-ils identiques ? Si pour une opération vous avez deux résultats différents, refaites-la pour voir pourquoi vous vous êtes trompé.

A présent attaquez les opérations suivantes :

129	675	945
682	489	487
642	533	113
218	836	725
531	156	924

Comme précédemment, notez les résultats. Les exemples que nous venons de vous donner comportent moins de colonnes mais, en revanche, davantage de chiffres dans chaque colonne. Nous avons diversifié ces exemples pour vous permettre d'ap-

pliquer différentes techniques et aussi pour que ces exercices ne deviennent pas trop monotones.

A présent cachez la feuille de votre bloc ou votre fiche et *recommencez les opérations*. Comparez vos réponses aux résultats que vous avez obtenus la première fois. Si les résultats sont identiques, c'est parfait. Dans le cas contraire, recherchez les causes d'erreur en recommençant une nouvelle fois les opérations dans lesquelles vous vous êtes trompé.

Parce que cette technique particulière présentera pour vous une importance considérable dans tous les problèmes mathématiques que vous aurez l'occasion de résoudre, revoyez une fois de plus les vingt groupes dont le total est inférieur à 10. Désormais vous n'utiliserez que ces groupes ou les groupes complémentaires. Apprenez à associer d'un *coup d'œil* les deux chiffres de chacun de ces groupes :

1	4	2	8	3
5	4	6	1	2
1	3	2	4	1
4	5	1	3	1
7	3	1	2	3
2	3	6	4	1
5	4	1	3	2
2	5	7	6	2

Cette table comprend tous les groupes de deux chiffres dont le total est inférieur à 10. De plus, vous devriez pouvoir manier les groupes complémentaires (deux nombres dont le total est égal à 10) aussi facilement que vous respirez. Considérez les chiffres suivants et déterminez instantanément leurs compléments :

7 6 9 8

A titre de dernier exercice de ce chapitre, attaquez-vous à la

solution d'un vrai grand problème, un problème du genre de ceux que, pour la plupart, nous n'abordons qu'avec une certaine appréhension ; cet exercice fait appel à toutes les notions et à toutes les règles que vous avez apprises jusqu'à présent. Pour l'attaquer, souvenez-vous des règles qui suivent : en premier lieu, travaillez de gauche à droite ; en second lieu, pour toutes les additions de deux nombres dont le total dépasse 10, utilisez la méthode du complément et reportez 10 ; en troisième lieu, ajoutez ces reports au fur et à mesure ; en quatrième lieu, d'un simple coup d'œil, combinez les groupes de deux chiffres dont le total est inférieur ou égal à 10 et utilisez le résultat sous la forme d'un seul chiffre, avec report le cas échéant.

Efforcez-vous de faire l'opération en accélérant le rythme de vos calculs. Notez vos réponses au fur et à mesure et revenez en arrière de temps en temps pour voir si, en recommençant, vous obtenez le même résultat. Pour mieux vous entraîner, effectuez l'addition de bas en haut puis, la fois suivante, de haut en bas :

```
741  684  382
193  513  498
912  591  564
693  654  814
358  861  638
727  695  635
957  729  252
  2  117  291
       87  436
       68  692
           431
```

Répétez l'exercice au moins une seconde fois avant de poursuivre la lecture de cet ouvrage ; il vous obligera à utiliser absolument toutes les techniques qui ont été développées dans les deux derniers chapitres.

4. La soustraction par complément

La soustraction n'est qu'une addition à l'envers, mais elle présente pour bon nombre d'entre nous quelques difficultés. Le plus souvent, à l'école, nous avons appris par cœur nos tables d'addition. Une simple conversion transforme les tables d'addition en tables de soustraction, mais rares sont ceux qui manient ces tables avec aisance. Point plus important, le processus consistant, dans le cas de la soustraction, à emprunter une unité à la colonne située à gauche pour accroître d'une dizaine le nombre dont nous avons quelque chose à soustraire, est d'un maniement délicat. Il s'agit de la retenue. Parfois il nous arrive d'oublier cette retenue.

Ce chapitre vous permettra d'opérer sans tenir compte de ces difficultés. Il vous fournira trois atouts grâce auxquels votre calcul sera facilité et deviendra plus rapide.

1. La soustraction s'effectuera de gauche à droite grâce à l'emploi de compléments. Vous découvrirez que cette technique est d'une aisance surprenante. A ce stade de la lecture, vous devez pouvoir comprendre à quel point le fait d'opérer de gauche à droite vous permet de mieux « saisir » les nombres.

2. Nous emploierons une technique nouvelle pour vous, celle de la suppression, qui vous délivrera totalement de l'obli-

gation d'emprunter des unités à la colonne précédente lorsque vous opérez dans une colonne. Les divers stades de la soustraction se dérouleront d'une façon naturelle dans votre esprit, de la façon dont ils se succèdent avec le boulier.

3. Vous utiliserez dans la soustraction le procédé des compléments tel que vous l'avez appris pour l'addition. Autrement dit, vous n'aurez jamais à soustraire d'un chiffre donné un chiffre plus grand — pratique qui entraîne tant d'erreurs et demeure déroutante. Comme pour l'addition, vous n'utiliserez que les vingt groupes de chiffres les plus faciles à additionner et les cinq groupes de chiffres complémentaires. Vous oublierez l'existence des vingt groupes les plus difficiles à manier.

Avant d'aborder l'emploi des compléments dans la soustraction, il sera fructueux de vous entraîner à opérer de gauche à droite, grâce à des exemples pour lesquels vous pourrez appliquer les méthodes classiques de la soustraction. Pour cela, il faut que chaque chiffre du nombre à soustraire soit plus petit que le chiffre correspondant du nombre à partir duquel vous opérez la soustraction. (Le chiffre à soustraire peut être égal à celui dont on le soustrait, mais il ne lui sera jamais supérieur.) Autrement dit, il est aussi facile d'opérer de gauche à droite ou dans le sens opposé lorsqu'une soustraction ne comporte aucune retenue.

$$\begin{array}{r} 9\,7\,3\,2 \\ -\,8\,3\,0\,1 \\ \hline \end{array}$$

Effectuez les soustractions suivantes *de gauche à droite*. Ce système vous paraîtra étrange mais vous verrez que vous obtiendrez un résultat juste. Si cette technique vous gêne, refaites l'opération d'une façon classique pour vérifier l'exactitude de votre résultat.

Procéder de gauche à droite est plus difficile dans le cas de la soustraction que dans celui de l'addition ; refaites donc l'opération à plusieurs reprises, ceci avant d'aborder la soustraction par complément.

1683	3365	597012
− 582	− 2143	− 96001

Pour vérifier que vous avez compris le procédé, refaites ces opérations.

Suppression

Lorsqu'un chiffre est plus grand que celui dont on le soustrait, nous nous trouvons devant le problème que la soustraction classique résout par la technique des retenues. La situation est en fait l'inverse de celle qui, dans l'addition, permet d'ajouter deux nombres dont le total est plus grand que 10 et qui entraîne un report d'une dizaine, situation que nous avons appris à manier par l'enregistrement d'un trait. Dans la soustraction, nous éliminerons la technique de la retenue et nous la remplacerons par celle de la suppression.

Voici un exemple pour lequel il vous faudrait opérer une retenue et que vous pouvez traiter par la suppression :

34
− 27

A l'école, la méthode consiste à adopter une approche de droite à gauche. Dans ce cas classique, « 7 ôté de 14 (vous avez emprunté une dizaine à la colonne précédente, c'est-à-dire 1 à 3) donne 7. 2 ôté de 3 — mais, en fait, ôté de 2 car nous avons déjà emprunté 1 à 3 — donne 0. Le résultat de la soustraction est 7 ».

En effectuant une soustraction de gauche à droite et en utilisant les compléments, le raisonnement est très différent. Nous regardons la première colonne et nous voyons que 3 − 2 donne 1. Nous inscrivons le 1. Pour cela nous avons une raison : l'espace d'un instant, ne tenez pas compte de l'évidente erreur qui consiste à inscrire le chiffre 1. Vous verrez pourquoi par la suite. Nous jetons un coup d'œil à la

seconde colonne et nous « voyons » 4 − 7 comme étant 4 + 3 (complément de 7) avec suppression d'une dizaine.

Nous inscrivons le chiffre 7 sous la seconde colonne.

En vous souvenant que la soustraction est l'opération inverse de l'addition, la logique veut qu'en soustrayant vous ajoutiez un complément, de même que pour l'addition vous soustrayiez le complément. Ce processus sera expliqué par la suite, mais pour l'instant, contentez-vous de vous souvenir que vous procédez à une opération inverse de celle de l'addition et que par conséquent vous ajoutez les compléments au lieu de les soustraire.

Nous avons utilisé un complément. Dans la soustraction, lorsque nous utilisons un complément, nous supprimons une dizaine, exactement comme dans l'addition nous inscrivions une dizaine.

La méthode qui permet de soustraire de gauche à droite s'appuie sur le fait que cette suppression d'une dizaine intervient au stade du résultat et non au stade intermédiaire par l'emploi d'une retenue. La technique de cette suppression est très simple. Nous nous contentons de barrer le 1 que nous avons placé sous la première colonne :

$$\begin{array}{r} 34 \\ -\ 27 \\ \hline \not{1}\ 7 \end{array}$$

Dans le résultat d'une soustraction, le chiffre barré correspond à un chiffre qui aura été l'objet de la suppression d'une dizaine. Dans le cas que nous avons étudié, il n'y a qu'une dizaine et, en la supprimant, le résultat est donc 7.

Voici comment le principe général s'applique : *pour supprimer une dizaine, barrez dans le résultat le chiffre situé à gauche de la colonne sur laquelle vous opérez. Le chiffre en question se trouve diminué d'une unité.*

Si la notion de dizaine et le fait que votre chiffre barré ne se trouve diminué que d'une unité vous troublent, n'oubliez pas que dans un nombre l'importance de tout chiffre est mul-

tipliée par *dix* par rapport à celle de celui qui se trouve à sa droite.

Remarquez la similitude de ces réponses avec celles obtenues précédemment et suivez le processus de la soustraction de gauche à droite, procédé grâce auquel ces résultats ont été obtenus :

1 4	4 4	7 4	9 4
− 7	− 3 7	− 6 7	− 8 7
✗7	✗ 7	✗ 7	✗ 7

Souvenez-vous qu'un chiffre barré n'est pas supprimé, mais simplement diminué d'une unité et relisez ces résultats :

2 4	4 4	7 4	9 4
− 7	− 1 7	− 3 7	− 4 7
✗7	✗7	✗7	✗7
(1 7)	(2 7)	(3 7)	(4 7)

A ce stade, l'idée d'inscrire un chiffre et de le barrer, puis de le lire comme s'il n'était diminué que d'une unité, peut vous paraître obscure. La valeur de ce procédé deviendra évidente lorsqu'en opérant de gauche à droite, nous effectuerons des soustractions comportant de nombreuses colonnes. Aussi, dès à présent, vérifiez que vous avez assimilé le principe.

Comment ce procédé fonctionne-t-il ?

Après avoir bien compris la façon dont interviennent les compléments dans l'addition, vous avez peut-être déjà entrevu la raison pour laquelle le processus inverse s'applique à la soustraction. Pour que cette conception s'ancre parfaitement dans votre esprit, procédons à quelques exercices comportant des groupes comparables.

Rappelez-vous l'image que nous avons prise : celle d'un ensemble d'échelles à dix barreaux. Vous êtes à présent sur

le troisième barreau de la quatrième échelle. Vous recevez l'ordre de redescendre de huit barreaux. Où vous trouverez-vous une fois ce mouvement exécuté ?

De toute évidence, il vous faudra changer d'échelle, car vous ne pouvez descendre que de trois barreaux sur celle où vous vous trouvez et au total vous devez descendre de huit barreaux. Si vous deviez descendre de dix barreaux, vous passeriez simplement sur le barreau de même niveau de l'échelle suivante, soit au nombre 33. Mais pour parvenir à destination, vous devez descendre d'un nombre de barreaux inférieur à dix, en fait inférieur de deux parce que deux est le complément de huit ; sur l'échelle suivante, vous serez donc à deux barreaux au-dessus du niveau que vous avez quitté sur l'échelle où vous vous trouviez. Au barreau trois, vous ajoutez deux barreaux, c'est-à-dire la quantité qui vous manque pour faire dix (huit plus deux égale dix) et vous notez que vous vous trouvez sur la troisième échelle au cinquième barreau.

En d'autres termes 43 − 8 donne 35. Mais vous êtes arrivé à ce résultat sans avoir eu à ôter 8 de 3, en opérant une retenue. Au lieu de ce procédé classique, vous avez fait 3 + 2 égale 5 et vous avez supprimé la dizaine en ramenant le nombre 4 au nombre 3.

1) Comparez les deux expressions suivantes :

$$\begin{array}{r} 43 \\ -\ 8 \\ \hline 35 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 43 \\ -\ 10 \\ \hline 33 \\ +\ \ 2 \\ \hline 35 \end{array}$$

Voyez si vous pouvez bien « sentir » la similarité de ces deux expressions avec la troisième, qui tient compte de l'emploi des compléments dans la soustraction :

$$\begin{array}{r} 43 \\ -\ 8 \\ \hline 35 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 43 \\ -\ 10 \\ \hline 33 \\ +\ \ 2 \\ \hline 35 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 43 \\ +\ 2 \\ \hline 45 \end{array}$$

et supprimez une dizaine, ce qui donne 35.

L'utilisation des compléments (plutôt que de soustraire un chiffre d'un chiffre plus grand) vous assure non pas un mais deux avantages du point de vue de la rapidité et de l'efficacité de vos calculs. En premier lieu, pour la plupart, nous jugeons l'addition plus facile que la soustraction. En second lieu, il vous suffit de tenir compte des vingt groupes de chiffres les plus faciles à manier et des cinq paires de chiffres dont le total fait 10. Jamais vous n'utilisez le groupe 8 + 5 par exemple ; ce groupe est justement celui auquel nous avons fait appel dans la soustraction 43 − 8. A la place, votre processus mental utilise l'association 3 + 2 grâce à l'emploi d'un complément.

Vous disposez d'un signal simple et automatique qui indique le moment où il vous faut utiliser un complément. Dans une addition, le complément s'emploie lorsque le total de deux chiffres dépasse 10. Dans la soustraction, l'emploi des compléments est encore plus aisé. Ceux-ci s'emploient chaque fois qu'il faut soustraire d'un chiffre donné un chiffre plus grand. N'oubliez jamais que la soustraction est l'inverse de l'addition. Dans l'addition on soustrait le complément. Dans la soustraction on ajoute le complément. Il s'agit toujours du complément du chiffre que l'on soustrait.

Dans l'addition, vous enregistrez une dizaine chaque fois que vous utilisez un complément. Dans la soustraction, vous supprimez une dizaine chaque fois que vous utilisez un complément.

Exemples

Mettez à l'épreuve vos connaissances théoriques en effectuant

les exercices suivants, tout en opérant de gauche à droite et en utilisant les compléments :

12	25	37	46
− 4	− 16	− 28	− 36

Ces soustractions sont plus faciles, mais elles sont conçues pour vous permettre de prendre un bon départ dans la soustraction par complément et d'opérer en toute confiance. Employez la nouvelle technique et veillez à faire ces opérations avec le plus grand soin.

Exemple 1. Le raisonnement doit se développer de la façon suivante : 0 ôté de 1 égale 1. Inscrivez 1. 4 étant plus grand que 2, ne soustrayez pas. Ajoutez à 2 le complément de 4 soit 6. Le résultat est 8 ; inscrivez ce chiffre et, avant d'aller plus loin, pour ne pas oublier la dizaine à retenir, barrez le 1. La réponse se lit ✗ 8, soit 8.

Exemple 2. 1 ôté de 2 égale 1. Inscrivez le 1. 6 étant plus grand que 5, ne soustrayez pas. Ajoutez à 5 le complément de 6, soit 4, ce qui donne 9. Inscrivez 9. Barrez le 1 pour tenir compte de la dizaine retenue. La réponse se lit : ✗ 9 ou 9.

Exemple 3. 2 ôté de 3 égale 1. Inscrivez le 1. 8 étant plus grand que 7, ne soustrayez pas. A 7 ajoutez 2 (complément de 8) et inscrivez 9. Barrez le 1 pour tenir compte de la dizaine à supprimer. La réponse se lit : ✗ 9 ou 9.

Exemple 4. 3 ôté de 4 donne 1. Inscrivez le 1. 6 égale 6. Inscrivez un 0. Il n'y a eu ni complément, ni suppression ; la réponse est 10.

La dernière soustraction vous a peut-être dérouté. Nous l'avons fait exprès. Pour employer un complément, il faut avoir à soustraire un chiffre plus important d'un chiffre plus petit. Dans la moitié des cas, vous aurez à soustraire un chiffre soit d'un chiffre équivalent, soit d'un chiffre plus grand.

Pourquoi barrons-nous les chiffres ?

Dans les soustractions que nous venons de faire, le fait de barrer un chiffre pour tenir compte de la suppression des dizaines peut paraître puéril. Un jeune écolier sait que 4 ôté de 12 donne 8, mais vous abordez une nouvelle technique et vous êtes appelé aussi bien à soustraire 8 de 12 que 8 334 897 de 9 432 752. Pour pouvoir calculer rapidement, il est aussi indispensable d'apprendre les bases du système à employer qu'il est nécessaire en musique de connaître ses gammes pour aborder Chopin.

Faites quelques gammes dès à présent. Accélérez la détermination de vos compléments en calculant mentalement les compléments des chiffres suivants :

5 9 2 4 8 6 3 5 1 7

Vous noterez que dans la soustraction nous utilisons les deux moitiés des paires complémentaires. Dans l'addition nous utilisons, pour aller plus vite, le plus grand des deux chiffres d'un groupe, mais dans la soustraction, nous utilisons tous les chiffres des divers groupes. Ceci ne nous pose aucun problème car il n'existe que cinq paires de chiffres complémentaires. Si vous vous demandez pourquoi, lors d'une addition, nous avons le choix entre employer le complément d'un chiffre et celui d'un autre pour un groupe de chiffres donné, et pourquoi la soustraction ne nous permet pas ce même choix, remarquez que vous pouvez inverser les facteurs dans une addition (9 + 7 ou 7 + 9) ; mais que les soustractions 16 − 9 ou 16 − 7 ne vous permettent, dans chaque cas, que d'utiliser un seul complément.

En opérant de gauche à droite, effectuez les soustractions suivantes. Au fur et à mesure, inscrivez chaque chiffre sur votre bloc, même si ce processus vous paraît stupide. Acquérir cet automatisme vous sera indispensable pour effectuer des soustractions plus longues et plus compliquées. Lorsque vous rencontrerez une soustraction qui vous amène à ôter un chiffre

plus grand d'un chiffre plus petit, ajoutez au chiffre le plus grand le complément du chiffre le plus petit et barrez automatiquement le chiffre que vous avez inscrit sous la colonne précédente.

16	26	87	43	68
− 8	− 9	− 78	− 25	− 42

Soulignons un point important : le 5 barré se lit 4, car la barre signifie dans la réponse qu'une unité a été enlevée de la colonne dans laquelle le chiffre barré figure comme résultat. Tant que la technique de la barre ne s'imposera pas à vous automatiquement, vous pouvez inscrire le véritable résultat sous celui que vous avez obtenu. N'oubliez pas qu'un chiffre barré doit être diminué d'une unité ; la réponse d'une soustraction se présentera comme suit :

$$6\not{8}\,\not{7}\,2\not{4}\,\not{1}\,\not{9}\,5$$

ce qui peut se réécrire et se lire comme suit :

$$6\,7\,6\,2\,3\,0\,8\,5$$

Lorsque vous aurez utilisé cette technique pendant quelques jours d'affilée, vous ne jugerez plus indispensable de remettre les réponses en clair. Tant que vous n'arriverez pas à lire automatiquement les chiffres barrés en les diminuant d'une unité, vous aurez intérêt à transcrire le résultat en clair, ce qui vous permettra de vérifier que vous possédez bien cette gymnastique.

Prenez votre bloc. Servez-vous-en pour cacher la transcription du résultat de la soustraction suivante, le temps de recopier sous forme définitive le résultat obtenu initialement. Chaque chiffre barré est remplacé par un chiffre moins grand d'une unité :

$$4\not{3}\,\not{8}\,6\not{2}\,0\,9\not{6}\,\not{5}\,2$$

Après avoir transcrit le résultat en clair, comparez ce résultat avec celui qui suit. Si vous vous êtes trompé dans un chiffre quelconque, il sera utile de recommencer ce petit exercice. Voici la forme que doit prendre votre réponse après transcription :

4 2 7 6 1 0 9 5 4 2

En travaillant de gauche à droite, effectuez dès à présent les exercices indiqués ci-après ; employez les compléments le cas échéant et, chaque fois, barrez le chiffre du résultat de la colonne précédente, de façon à tenir compte de la dizaine ainsi empruntée.

48390	14925	73618
− 39939	− 3757	− 72809

A présent, travailler de gauche à droite et supprimer des dizaines (plutôt que de soustraire un chiffre plus grand d'un chiffre plus petit en empruntant une dizaine à la colonne précédente) devrait constituer pour vous une technique plus familière. Lorsque vous serez parfaitement rompu à l'emploi de ce procédé, vous le trouverez bien plus naturel et infiniment plus sûr que le procédé classique.

D'après certaines estimations, 80 pour cent des erreurs commises dans les soustractions proviennent de ce que l'opérateur s'est trompé dans sa retenue ou l'a oubliée. Du fait que nous supprimons cette étape de la soustraction, notre technique est, par essence, plus rapide et plus naturelle.

Le report de la dizaine supprimée sous forme de chiffre barré

Ce processus de calcul rapide appliqué à la soustraction appelle une remarque importante dans un cas particulier. Il s'agit du 0 barré : Ø.

Comme tout autre chiffre barré, le 0 barré implique qu'il y a lieu de soustraire une unité, en l'occurrence à 0. Ce 0 barré a obligatoirement un chiffre à sa gauche, faute de quoi la soustraction serait impossible. Le 0 barré devient donc un 9 et il y a lieu de barrer aussi le chiffre disposé à gauche du 0 barré, de façon, le moment venu, à diminuer sa valeur de 1 (en fait, vous avez emprunté une dizaine à cette colonne de façon à soustraire 09 de 10).

Considérez l'expression suivante : $\not{1}\ \not{0}$.

La réponse se lit 9. L'expression $\not{2}\ \not{0}$ se lit 19. En pratique, surtout si la soustraction est longue, il est indispensable de barrer les deux chiffres. En lisant $\not{2}\ \not{0}$ le 2 devient 1, le 0 9.

Ces dispositions peuvent paraître redoutables, mais la méthode est plus simple que de reporter des retenues de droite à gauche, comme la technique habituelle de la soustraction l'exige souvent. Dans l'exemple qui suit, procédez aux divers calculs par étapes successives et remarquez bien à quel moment du calcul nous commençons à supprimer une dizaine :

$$\begin{array}{r} 153268 \\ -\ 53269 \\ \hline \not{1}\not{0}\not{0}\not{0}\not{0}9 \\ (99999) \end{array}$$

Procédez avec soin à chaque phase du calcul. 0 ôté de 1 donne 1 : inscrivez 1. 5 ôté de 5 donne 0 : inscrivez un 0. 3 ôté de 3 et la suite vous donnent des 0 jusqu'à ce que vous soyez dans la dernière colonne.

Dans la dernière colonne, le chiffre 9 est à ôter de 8, un chiffre plus petit. Ne soustrayez pas, ajoutez 1 (complément de 9) au chiffre 8. Inscrivez le 9 et tenez compte de la suppression d'une dizaine en barrant le chiffre placé à gauche. Il s'agit d'un 0. Barrez-le. Quand on barre un 0 il y a lieu de barrer également le chiffre placé à sa gauche. Ce chiffre est également un 0 ; il y a donc lieu de continuer à barrer des chiffres jusqu'au moment où vous en rencontrez un qui ne soit pas un 0. Ce processus peut encore vous paraître

étrange. Si la technique vous tracasse, faites la soustraction selon la méthode classique enseignée à l'école ; vous verrez que vous aurez à faire pratiquement la même chose, mais en employant le procédé sujet à erreur qui consiste à emprunter une dizaine de colonne en colonne.

Voici deux soustractions plus longues ; essayez de les faire. N'oubliez pas d'appliquer les nouvelles techniques. En effectuant ces opérations, travaillez de gauche à droite. Pour soustraire un chiffre plus petit d'un chiffre plus grand, opérez selon la technique classique. Ayez soin de ne pas soustraire un chiffre plus grand d'un chiffre plus petit. Ajoutez en ce cas au chiffre le plus petit le complément du chiffre le plus grand et dans votre résultat, barrez le chiffre de la colonne précédente. Si vous barrez un 0, n'oubliez pas de barrer le chiffre qui se trouve à sa gauche.

65437	11829635
− 43182	− 9864713

Le chapitre suivant vous permettra d'apprendre à accélérer le rythme de vos calculs dans les soustractions par complément. Avant d'aborder ce chapitre, attardons-nous un instant sur un autre avantage du procédé, qui consiste à opérer de gauche à droite et non de droite à gauche.

L'évaluation automatique

Toute opération arithmétique effectuée de gauche à droite permet d'obtenir une évaluation automatique. Le résultat apparaissant en commençant par les chiffres situés à gauche qui sont les plus importants, vous pouvez à tout moment considérer que le résultat approché est obtenu et interrompre l'opération.

Lorsqu'il nous faut obtenir un résultat rapide, nous cherchons souvent dans la soustraction classique à évaluer les premiers chiffres du résultat, mais le procédé est à la fois

sommaire et difficile. Dans l'addition ou la soustraction par complément, cette évaluation s'obtient automatiquement.

Supposons que vous soyez chef de production dans une société qui produit des boutons en cuivre. Votre inventaire fait ressortir l'existence, au moment présent, de 37 852 boutons. Les commandes reçues ce même jour totalisent 16 965 boutons. Un de vos vendeurs, après avoir visité une grande chaîne de magasins, vous téléphone et vous demande combien de boutons vous pourriez expédier ce même jour. Il attend au bout du fil ; il vous faut calculer vos disponibilités.

Rapidement vous faites : 1 ôté de 3, 2. 6 ôté de 7, 1. Il vous reste environ 21 000 boutons. Vous avez tout simplement effectué les deux premières phases du procédé régulier impliqué par la soustraction par complément. Supposons que vous ayez besoin d'un troisième chiffre : 9 ôté de 8. Ajoutez 1 (le complément de 9 à 8), ce qui donne 9. Barrez le chiffre disposé à gauche : $\not{1}$. Le résultat se lit 20 900 boutons.

Voyez avec quelle rapidité vous êtes capable d'évaluer les trois premiers chiffres des résultats des soustractions suivantes :

$$\begin{array}{r} 738629 \\ -\ 492768 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14359216 \\ -\ 7278143 \\ \hline \end{array}$$

Pour obtenir une évaluation approchée et, en règle générale, pour arrondir un résultat dans toutes les opérations de calcul, il s'agit tout simplement de négliger les chiffres situés dans la partie droite du nombre intéressé et qui ne présentent qu'une importance relative. Dans le cas de la soustraction, il suffit donc de la pousser aussi loin que vous le voulez.

L'évaluation automatique s'obtient aussi facilement dans le cas d'une addition par complément que dans celui d'une soustraction. La seule précaution à prendre est de se souvenir, dans le cas de l'addition, que le chiffre obtenu comme total de la colonne à laquelle vous arrêtez votre évaluation peut être grandement modifié par le contenu de la colonne suivante. Dans le cas de la soustraction, le contenu de la

colonne qui suit celle à laquelle vous vous êtes arrêté ne modifiera le résultat de cette dernière que pour diminuer ce chiffre de 1 éventuellement. Les deux exemples qui suivent font clairement ressortir ce point.

19	90
19	− 39
19	
19	
19	

Nous avons évidemment choisi des cas extrêmes. En nous limitant, dans le cas de l'addition, à une évaluation qui ne tiendrait compte que de la première colonne, nous trouverions 50 environ, alors que le résultat est évidemment 95. Dans le cas de la soustraction, en ne nous servant que de la première colonne pour obtenir l'évaluation, nous trouverions 60, alors que le résultat est 51.

Dans le cas de l'addition, le premier chiffre doit être augmenté de quatre unités et dans le cas de la soustraction, il doit être diminué d'une unité. Pourquoi ? Parce que dans l'addition tout groupe de deux chiffres peut donner un total supérieur à 10, donc entraîner le report d'une unité dans la colonne précédente, alors que dans la soustraction vous vous trouvez toujours limité à un seul groupe de deux chiffres et que la suppression ne peut porter que sur une dizaine au maximum.

Dans la soustraction, la technique la plus sûre consiste à effectuer l'opération jusqu'à obtenir le nombre de chiffres voulu plus un, puis à arrondir ensuite. Pour ce qui est de l'addition, poussez l'opération jusqu'à obtenir *au moins* un chiffre de plus que le nombre de chiffres souhaité et admettez que le dernier chiffre doit être augmenté d'une unité pour chaque groupe de deux chiffres composant vos colonnes. Ensuite arrondissez. Vous pouvez aussi, compte tenu du nombre de chiffres que vous souhaitez obtenir dans votre évaluation, pousser l'opération pour en obtenir deux de plus et

arrondir ensuite.

A ce stade de la lecture, essayez d'obtenir un résultat évalué dans une addition. Pour l'addition qui suit, calculez une évaluation arrondie comportant trois chiffres significatifs. (Le paragraphe qui suit traite du calcul des résultats approchés, ceci pour le cas où vous ne seriez pas familiarisé avec ce genre de calcul.)

$$\begin{array}{r} 248396211 \\ 783210650 \\ 151899000 \\ 976482722 \\ 382000000 \\ \hline 334863255 \end{array}$$

Si vous poussez l'évaluation jusqu'à obtenir quatre chiffres significatifs et que vous augmentez le dernier de ces chiffres de trois unités, parce que votre colonne comporte six chiffres au total, vous obtiendrez 2 874 plus 3, soit 2 877. Et vous arrondissez votre résultat définitif à : 2 880 000 000. Si vous aviez besoin de cinq chiffres significatifs, votre résultat définitif commencerait par 28 770. Et en arrondissant vous obtiendrez de même 2 880 000 000.

Une évaluation approchée comportant trois chiffres significatifs sera exacte, au minimum, à 1 pour cent près ; cette marge d'erreur ne dépasse pas en règle générale 0,5 pour cent. Si votre évaluation donne 100 pour une réponse exacte de 101, l'erreur est alors maximum et elle porte sur une unité. Si votre évaluation approchée est de 999 et que cette évaluation a été correctement arrondie, l'erreur maximum ne dépasse pas 0,1 pour cent. Les nombres intermédiaires, en tant qu'évaluation approchée, comportent une erreur maximum qui varie et qui décroît à mesure que le premier chiffre significatif croît de 1 à 9, mais cette erreur maximum ne peut jamais dépasser 1 pour cent. Ce fait provient encore une fois de ce que, dans tout nombre donné, chaque chiffre est dix fois moins important que le chiffre placé à sa gauche.

La soustraction des nombres décimaux

Comme dans l'addition, il y a lieu d'aligner l'une sous l'autre les virgules des deux nombres intéressés, mais pour toutes les opérations de suppression (ou de retenue dans la soustraction normale) les virgules n'interviennent pas dans le calcul. Un petit exemple illustrera ce fait :

$$\begin{array}{r} 268,73 \\ -\ 79,86 \\ \hline 188,87 \end{array}$$

Tant que vous les alignez en colonnes, vous pouvez prétendre que vos virgules sont invisibles, à condition toutefois d'en placer une dans le résultat ; ceci est valable pour l'addition comme pour la soustraction.

Résumé

Avant de passer à des exercices visant à accélérer votre rythme dans les opérations de soustraction, revoyez rapidement les trois secrets qui sont les clefs de la rapidité de notre méthode. Ces trois secrets (auxquels il faut ajouter ce secret de la vitesse qui consiste dans l'addition à « voir le résultat ») sont :

1. Soustraire de gauche à droite.
2. Ne jamais soustraire d'un chiffre donné un chiffre plus grand. Ajoutez à ce chiffre le complément du chiffre le plus grand.
3. Dans la réponse, supprimer la dizaine le cas échéant en barrant le chiffre de la colonne précédente.

5. Pour soustraire plus rapidement

Certaines parties de ce livre comportent des répétitions : elles sont voulues. Répéter les principes fondamentaux constitue le moyen le plus simple et le meilleur de les revoir. Pour obtenir que votre esprit réagisse automatiquement et fournisse d'instinct les réponses justes, véritable secret de la rapidité en matière de calcul numérique, le meilleur moyen consiste à refaire de nombreuses fois les mêmes exercices fondamentaux, sans toutefois répéter les mêmes opérations plusieurs fois de suite.

Lisez la ligne suivante, comme s'il s'agissait d'une phrase faite de mots : à la place des mots, « lisez » les compléments de ces divers chiffres :

4 7 2 8 5 1 9 6 5

Avant d'entreprendre quelques exercices indispensables relatifs à la pratique de la soustraction par complément, approfondissez votre connaissance des principes mis en jeu et élaborez une définition exacte de la notion de complément, en ayant soin d'employer des mots ne figurant pas dans cet ouvrage.

A présent, expliquez à votre propre intention comment on peut soustraire 7 de 12 en ajoutant 3 et 2 et en prenant en

même temps dans le résultat une certaine initiative. Il serait peut-être bon que vous inscriviez sur votre bloc les trois expressions suivantes : 12 − 7, 12 − 10 + 3 et 12 + 3 (suppression).

La vitesse et l'aisance avec lesquelles vous manierez les nombres dépendront non seulement de l'automatisme avec lequel vous réussirez à « sentir » ces nouvelles techniques, mais de l'aisance avec laquelle vous parviendrez à ne voir que la réponse lorsqu'une combinaison de deux chiffres se présente à vous. Etudions un peu le vocabulaire fondamental de la soustraction. Ce travail ne nous prendra pas longtemps, car les combinaisons sont celles que vous avez appris à manier lors de l'étude de l'addition. Il s'agit de groupes de deux chiffres que vous savez reconnaître d'un coup d'œil, mais dans le cas présent on vous donne un des chiffres du groupe et un chiffre représentant le total des deux chiffres du groupe ; il vous faut répondre en fournissant le chiffre du groupe qui manque. 3 + 5 forme un groupe que vous devez lire « 8 » et non « 3 + 5 font 8 » ; ces mêmes groupes se présentent à présent comme suit : 8 − 5 (voir 3) et 8 − 3 (voir 5).

Travaillez à l'aide de ces groupes pour gagner de la vitesse. Entraînez-vous à ne voir que la réponse et à ne pas penser aux deux chiffres. Lorsque le chiffre placé en dessous du premier est plus petit que celui-ci, ne voyez que la réponse. Lorsque le chiffre placé en dessous est plus grand que l'autre chiffre, cherchez à ne voir que le résultat de l'addition du complément du chiffre placé en dessous et du chiffre placé au-dessus, tout en barrant mentalement le chiffre résultant de la soustraction de la colonne précédente. Par conséquent, 6 − 7 doit être considéré comme 3 + 6 = 9 (et on barre le chiffre placé à gauche de la colonne).

7	4	1	6	8	4
4	7	2	4	5	3
3	6	2	9	1	2
6	2	5	3	4	7

5	9	1	5	6	4
3	5	8	8	6	1
6	3	8	9	5	7
7	2	9	7	5	2

De même que pour les exercices concernant l'addition, toutes les combinaisons possibles de groupes de deux chiffres ont été utilisées dans les soustractions figurant ci-dessus. Si vous apprenez à bien manier ces combinaisons et à lire les réponses sans effort, vous pourrez vous dire que vous ne rencontrerez jamais une seule combinaison que vous n'ayez eu l'occasion de manier au cours de cet entraînement.

Voyez avec quelle vitesse vous pouvez réaliser ces soustractions et dans quelle mesure vos calculs sont effectués automatiquement :

8	7	4	3	6	4
7	3	9	3	1	6
3	1	6	5	3	2
4	1	5	9	5	8
2	7	1	8	8	6
9	8	6	4	1	9
5	4	3	5	2	2
2	5	8	7	2	1

Dans une certaine mesure, la vitesse avec laquelle vous effectuerez ces calculs doit découler de votre habitude de manier ces combinaisons. Seule la pratique peut vous permettre d'accroître l'automatisme de vos réponses, et il n'existe aucun autre moyen de parvenir à ce résultat. Mais le chapitre 1 vous a permis d'acquérir le sens des nombres et cet atout vous sera d'une grande utilité en l'occurrence. Plus vous arriverez à voir les rapports qui existent entre les nombres, plus

vous réussirez à accroître d'une façon étonnante votre maîtrise de la pratique du calcul numérique.

N'oubliez pas que si cette série d'exercices fait appel à quatre-vingt-quatorze groupes de chiffres (les quarante-cinq groupes présentés dans les deux sens, plus les quatre groupes les plus difficiles répétés pour compléter la présentation), vous n'aurez en pratique qu'à utiliser les vingt combinaisons les plus faciles plus les cinq paires de chiffres dont le total fait 10. Considéré de la sorte, le fait d'assimiler parfaitement ces combinaisons ne doit pas présenter de difficulté majeure. En fait, vous êtes tout simplement en train d'apprendre à reconnaître les vingt combinaisons les plus faciles, soit qu'elles se présentent à vous sous la forme la plus simple, avec le plus petit des deux chiffres placés sous le plus grand, soit qu'elles soient en quelque sorte déguisées et que l'opération implique alors l'emploi d'un complément.

Utilisez les compléments fidèlement et vous n'aurez jamais à manier une combinaison de deux chiffres dont le total soit supérieur à 10, ou à soustraire un chiffre plus grand d'un chiffre plus petit.

Maintenant, examinons toutes les possibilités restantes :

1	9	3	5	1	3
9	2	9	6	7	1
4	9	8	9	6	3
2	8	6	9	8	7
6	5	4	8	1	4
3	4	4	3	3	8
7	2	7	6	9	5
6	3	5	2	1	1
7	2	9	8	9	2
1	4	4	8	6	6

1	7	7	9	7	4
5	7	8	8	9	9

Cet ensemble couvre toutes les possibilités : quatre-vingt-quatorze expressions de vingt combinaisons seulement, plus cinq paires complémentaires. Tous les problèmes que vous aurez à résoudre font intervenir ces combinaisons fondamentales, arrangées dans un ordre différent. La seule difficulté consistera pour vous à vous souvenir qu'il faut barrer le chiffre résultant de la soustraction de la colonne précédente, ceci chaque fois que vous utiliserez un complément. Cette pratique, pour gênante qu'elle soit, constitue néanmoins un processus bien plus simple et bien plus rapide que d'emprunter une dizaine à la colonne précédente au moyen d'une retenue. Essayez l'exemple suivant :

$$\begin{array}{r} 4\,9\,3\,2\,7\,8\,5\,6\,1\,0\,2 \\ -\,3\,7\,8\,4\,6\,9\,6\,2\,0\,0\,8 \\ \hline \end{array}$$

Cette soustraction est longue, bien sûr. Cependant, en opérant étape par étape, vous pouvez l'effectuer exactement comme vous monteriez une gamme.

Prenez une page blanche de votre bloc et recommencez l'opération. Comparez les deux réponses. Si elles ne sont pas identiques, il vaut mieux que vous recommenciez encore. Calculer rapidement n'est utile que dans la mesure où le calcul est juste. Voici la réponse correcte : 1 *2 5* 8 *1 9* 9 4 *1 0* 4 ou 1 1 4 8 0 8 9 4 0 9 4.

A présent, effectuez les opérations suivantes pour bien acquérir l'habitude du maniement des chiffres :

6 8 4 2	1 3 9 6 5	5 9	2 6 8
− 5 8 9 6	− 8 9 0 4	− 4 9	− 2 7 3
———	———	———	———

Si cette dernière soustraction vous donne un résultat quelconque, regardez à nouveau l'opération et réfléchissez. Vous ne pouvez obtenir aucun résultat, sauf un résultat négatif.

Nous avons inclus cette opération pour vérifier que vous tenez compte de la réalité et que vous ne faites pas des calculs fictifs.

A présent, attaquez-vous aux opérations suivantes :

4839	32115	12865	78
− 4799	− 20647	− 234	− 73

Chacun de ces exemples constitue une variante du schéma que votre pratique de l'opération effectuée de gauche à droite construit dans votre pensée. Dans certaines de ces opérations, vous aurez besoin de barrer le chiffre du résultat à gauche de la colonne sur laquelle vous opérez, voire de barrer plusieurs chiffres du résultat. Pour certaines autres, vous n'aurez besoin d'utiliser aucun complément et vous n'aurez donc pas à barrer de chiffre dans le résultat.

Effectuez un autre groupe d'opérations :

9363	1325	4652	386433
− 8874	− 323	− 3879	− 47387

La technique de la soustraction s'applique aussi bien à la soustraction des nombres *décimaux*. Vous pouvez procéder de la même façon et barrer des chiffres dans le résultat, sans tenir compte de la virgule, car tout chiffre d'une colonne a une importance dix fois moins grande que le chiffre placé à sa gauche. La virgule a simplement pour fonction de séparer dans un nombre la partie entière de la partie fractionnaire. La même relation existe entre deux chiffres successifs d'un nombre, que ces chiffres soient placés n'importe où avant ou après la virgule : chaque fois qu'un chiffre est déplacé d'un rang vers la gauche, sa valeur est multipliée par dix.

Pour bien vérifier que la présence d'une décimale ne ralentit pas la rapidité de vos calculs, et ne vous empêche pas de barrer les chiffres voulus dans le résultat, effectuez donc les opérations suivantes :

2,98	36,50	175,00	14,50
− 1,49	− 36,66	− 138,75	− 7,75

Si vous vous êtes bien entraîné à réécrire les résultats en diminuant d'une unité tout chiffre barré, vous avez en fait déjà acquis une certaine pratique, qui vous permettra de lire le résultat en tenant compte des chiffres barrés et sans vous donner la peine de le réécrire.

Vérifiez ce point en lisant la réponse ci-après comme si vous vouliez la réécrire, mais sans vous arrêter à réfléchir sur la signification de chaque chiffre barré :

$$2\not{9}\,6\not{8}\,\not{0}\,4\not{9}\,3$$

Si cette lecture prouve que vous avez acquis un bon entraînement, voyez si en parcourant la réponse suivante, vous pouvez détecter des erreurs :

$$\not{3}\not{4}\,6\not{0}\,9\not{8}$$

J'insiste beaucoup pour que vous ne sautiez pas cet exercice. A moins que d'un coup d'œil vous n'ayez décelé l'erreur, vous ferez bien de revoir toute la partie qui intéresse le report d'un trait barré d'un rang ou de plusieurs rangs vers la gauche (voir chapitre précédent). Ce point est très important et son importance ne cessera de croître à mesure que vous aurez à appliquer aux exercices contenus dans les parties ultérieures de cet ouvrage certaines règles déjà apprises.

Qu'avez-vous appris ?

1. En premier lieu, et en choisissant des mots qui vous soient propres, donnez une définition du complément et précisez son fonctionnement dans l'addition. Si vous éprouvez quelque difficulté à trouver cette définition, prenez votre bloc et inscrivez les trois expressions de l'addition 6 plus 9 telles que

nous les avons déjà détaillées. A présent, procédez de même pour la soustraction 7 ôté de 13.

Quand vous aurez passé quelque temps à jongler avec la notion de complément, les compléments vous paraîtront les plus précieux et les plus utiles de tous les outils de calcul. Ces compléments sont des éléments essentiels de la structure même de notre système de numération décimale. Constatation pour le moins étrange, personne n'a jamais songé à formuler des règles concernant leur emploi dans le calcul numérique, avant que les Japonais n'aient découvert à quel point ils permettaient de simplifier les calculs opérés à l'aide de bouliers.

2. Réfléchissez à présent à la pratique de l'association, ce véritable secret de la vitesse dans les opérations d'addition. Entraînez-vous à la pratique de ces techniques en associant d'un coup d'œil ces groupes de chiffres deux par deux, comme s'ils figuraient dans une addition, et en ne voyant que le résultat que donne cette association :

5 8 3 4 7 6 1 2
2 1 7 2 2 3 7 6

Vous êtes en très bonne voie et vous arriverez rapidement à dominer vos calculs numériques si le troisième groupe de chiffres s'est présenté à vous sous la forme « rien, et je plie un doigt ».

3. Il serait utile à présent que vous relisiez à nouveau vos compléments. En parcourant les chiffres qui suivent, « voyez » aussi vite que possible leurs compléments :

3 6 1 5 8 4 9 5 2 7

Cette révision de votre vocabulaire de base a été préparée intentionnellement. Elle vous permettra de mieux ancrer dans votre esprit les nouvelles habitudes acquises et de rafraîchir votre compréhension des principes que ces techniques mettent en jeu.

4. En utilisant soit la méthode du doigt, soit celle de la ligne pour reporter les dizaines, opérez l'addition suivante en travaillant de gauche à droite. Veillez à associer les groupes de deux chiffres chaque fois que vous le pourrez ; faites cet exercice sur votre bloc :

6 4 8 2
3 2 7 5
1 9 9 2
7 3 1 3
2 8 4 6
9 1 7 4

Au stade où vous en êtes, il est parfaitement normal qu'en effectuant certaines opérations, vous ayez par moments des hésitations ; que ceci ne vous inquiète pas. Quand on change de technique, il faut généralement un certain temps pour que les nouvelles méthodes que l'on pratique deviennent automatiques. Cependant, si vous avez compris à fond les nouveaux principes que nous vous avons expliqués, si vous avez exécuté consciencieusement tous les exercices prescrits, l'assimilation des diverses phases de cette nouvelle formation n'aura sans doute pas été trop difficile.

5. A présent, vérifiez que vous savez parfaitement procéder à une soustraction par complément en opérant de gauche à droite. Chaque fois que vous êtes amené à soustraire d'un chiffre donné un chiffre plus grand, barrez un chiffre dans le résultat de la colonne précédente pour tenir compte de la suppression des dizaines.

6 4 9 8 2 5 3
− 4 9 9 9 3 7 5

Si vous parvenez à effectuer ces opérations avec rapidité et en toute confiance, vous pouvez vous dire que vous êtes prêt à aborder l'étude de la multiplication sans retenue.

6. La multiplication sans retenue

En règle générale nous effectuons plus fréquemment des additions et des soustractions que des multiplications ; nous avons donc une moins grande pratique de ce genre d'opération et nombreux sont ceux que la perspective de multiplier un grand nombre par un autre effraie.

Il est vrai que le processus de la multiplication est plus compliqué que celui de l'addition ou de la soustraction. Additionner plusieurs nombres ne nous paraît guère plus difficile que de faire la somme de deux nombres, quoique dans le premier cas l'opération soit évidemment plus longue. Rares sont ceux qui, ayant à multiplier 2 968 par 165, voient l'ensemble du mécanisme de l'opération. En réalité nous procédons par phases successives, grâce à des règles en fait routinières, sans grande efficacité et obligatoirement lentes.

Notre nouvelle technique permet de surmonter aisément certains des obstacles de la multiplication classique. Cette technique fait appel à trois secrets. L'addition et la soustraction vous ont rendu deux de ces règles familières, la troisième sera entièrement nouvelle pour vous.

Premier principe

Le premier secret consiste, comme nous l'avons exposé dans

les premières pages de ce livre, à travailler de gauche à droite. Considérez le multiplicateur 165 comme un 1 suivi d'un 6, suivi d'un 5 et non l'inverse. Moins nous aurons à violer les règles du bon sens et à déformer la façon naturelle que nous employons pour lire les nombres et mieux nous nous en trouverons. Notre perception des nombres, la façon dont nous les sentons, s'en trouvera accrue au lieu d'être estompée par des opérations intermédiaires, qui nous obligent à travailler à reculons et qui sont absurdes.

De surcroît, le fait d'opérer de gauche à droite permet au processus de la multiplication de fournir automatiquement des évaluations approchées, à l'exemple des techniques de l'addition ou de la soustraction.

La technique classique de la multiplication n'offre aucune possibilité simple d'opérer de gauche à droite. Mais notre technique consistant à ne pas nous servir de retenue est aussi valable, quel que soit le sens dans lequel on opère, et par conséquent il vous paraîtra tout naturel de travailler dans le sens logique, c'est-à-dire de gauche à droite.

Deuxième principe

Le second secret consiste à employer une des techniques que nous avons utilisées pour l'addition comme pour la soustraction ; il s'agit de « voir » la réponse, tout en associant d'un coup d'œil des groupes de deux chiffres. C'est là une simple question de pratique, mais selon toutes probabilités vous êtes déjà plus entraîné à associer ainsi les deux chiffres d'un même groupe que vous ne l'étiez lorsque vous avez abordé l'addition. Dans la plupart des écoles, on passe plus de temps à apprendre et à répéter la table de multiplication que l'on en consacre à se familiariser avec la table d'addition ou la table de soustraction. A priori, l'emploi de cette technique vous posera donc moins de problèmes au stade de la multiplication qu'elle ne vous en a posés lorsque vous abordiez l'addition ou la soustraction.

Si vous avez appris la multiplication d'une façon classique, il serait utile que vous cherchiez à oublier les procédés enseignés à l'école et qui freinent la rapidité du calcul. Au lieu de lire

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times\ 7 \\ \hline \end{array}$$

sous la forme « 4 fois 7 », faites un effort et ne voyez que le résultat, soit 28. Quand vous lisez le mot « an » vous ne pensez pas aux lettres « a » et « n ».

En fait, le troisième principe implique une approche entièrement nouvelle de la multiplication et vous amènera à considérer l'opération 4 × 7 sous un jour tout à fait différent. Processus qui peut vous paraître singulier, vous ne serez jamais amené à considérer ce produit sous sa forme totale, mais votre calcul s'appliquera à des quantités résultant de sa décomposition.

Troisième principe

Le troisième secret de la rapidité de la multiplication réside dans l'emploi d'une nouvelle méthode. Celle-ci est essentiellement différente de la méthode classique, puisqu'à aucun moment vous n'aurez besoin de vous servir de retenue. Dans la multiplication classique, la principale cause d'erreur réside précisément dans l'emploi des retenues. Ce report d'une colonne à une autre est similaire dans son principe à la technique consistant, dans la soustraction classique, à prélever une unité dans le nombre situé à gauche de celui dont on doit soustraire un certain chiffre. Souvent on oublie de reporter ainsi une quantité d'une colonne à une autre, ou l'on se trompe dans le report à effectuer. En définitive, à force de se tromper, on en vient à détester le maniement des chiffres.

La méthode de la multiplication sans retenue permet de ne pas avoir à retenir un chiffre pour le reporter. Le proces-

sus vous paraîtra étrange mais, lorsque vous aurez utilisé cette technique une ou deux fois, vous en assimilerez l'idée. Le meilleur moyen de vous initier à cette méthode consiste à choisir une multiplication simple et à voir comment le mécanisme joue dans le cas de cette opération. Assurez-vous que vous avez bien compris chaque stade du calcul ; une fois que vous aurez saisi le processus, son application vous paraîtra très aisée. Evitez d'en apprendre le mécanisme par cœur et de chercher à vous fier à la routine car, en ce cas, le processus vous paraîtra toujours très compliqué. Décomposons la multiplication comme suit :

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times\ 8 \\ \hline 56 \\ 32 \\ \hline 376 \end{array}$$

Considérez le résultat chiffre par chiffre et étudiez la façon dont ce résultat a été obtenu.

Le premier chiffre (3) correspond tout simplement au chiffre de gauche (celui des dizaines) du résultat de la multiplication de 4 par 8, soit 32.

Regardez encore l'exemple choisi et notez le point suivant. Le premier chiffre de cette réponse correspond aux dizaines (autrement dit au chiffre de gauche) obtenues en multipliant le premier chiffre de multiplicande par le multiplicateur.

Le second chiffre du résultat découle d'une élaboration un peu plus compliquée. Ce 7 est la somme de deux autres chiffres. Le premier de ces deux chiffres est celui qui figure à droite (nombre des unités dans la multiplication que nous venons d'examiner, 4 fois 8). Le second de ces chiffres est celui qui figure à gauche (nombre de dizaines) dans le résultat de l'opération 8 fois 7. Les chiffres en question sont respectivement 2 (pour 32) et 5 (pour 56). 2 plus 5 égale 7. Vous obtenez ainsi le chiffre central du résultat.

Regardez à nouveau l'exemple décomposé pour bien vérifier que vous avez compris. Relisez, si nécessaire, les explica-

tions que nous venons de vous donner.

Vous vous souvenez qu'à propos de la façon d'opérer de gauche à droite nous avons souligné le fait que dans tout nombre un chiffre placé à droite d'un autre chiffre est dix fois plus important ; ceci vous permet de comprendre pourquoi le chiffre placé au milieu du résultat correspond à la somme des unités de la multiplication de 4 par 8 et du nombre des dizaines figurant dans le résultat de la multiplication de 7 par 8. En effet, le 4 qui figure dans 47 représente des dizaines et correspond donc à 4 fois 10.

Passons au dernier chiffre du résultat ; il s'agit d'un 6. Ce chiffre correspond au nombre des unités du résultat de l'opération 8 fois 7, soit 56.

Cette façon d'analyser le mécanisme de la multiplication constitue sans doute une approche neuve pour bien des gens. Assimilez bien ce mécanisme et tous les raisonnements qui vont suivre vous paraîtront naturels et simples.

Essayons à présent de procéder à la multiplication de ces mêmes nombres en opérant de gauche à droite, tout en nous souvenant des explications que nous venons de donner sur la manière dont le résultat se développe. Si un stade quelconque de cette méthode vous semble difficile à comprendre, revoyez les explications données ci-dessus.

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Stade 1. Considérez la multiplication 4×8 pour ne voir seulement que la partie gauche (les dizaines) du résultat. Autrement dit, la quantité 4×8 sera-t-elle comprise entre 10 et 20, 20 et 30, etc. ?

Il s'agit d'un nombre compris entre 30 et 40. Le chiffre représentant les dizaines dans la paire considérée sera donc 3. Pour l'instant, seul ce 3 retient notre attention et vous ne vous préoccupez pas de l'autre chiffre (2). Comme premier chiffre de votre résultat définitif, inscrivez donc un 3.

Stade 2. Considérez à nouveau l'opération 4 × 8 et voyez quel est le chiffre des unités (celui de droite) du résultat de cette multiplication. Il s'agit d'un 2. Gardez ce 2 en mémoire l'espace d'un instant, le temps de voir quel sera le chiffre de gauche (celui des dizaines) de l'opération 8 × 7. Le produit de cette multiplication se trouve compris entre 50 et 59. Ajoutez ce 5 au 2 que vous avez gardé en mémoire ; vous obtenez 7, que vous inscrivez comme chiffre milieu de votre réponse définitive. La réponse se dessine à présent comme suit :

3 7

Stade 3. Pensez à nouveau à la multiplication 7 × 8, mais en ne vous intéressant qu'au dernier chiffre du résultat, soit le 6 du 56. Inscrivez-le comme dernier chiffre de votre résultat définitif :

3 7 6

Arrêtez-vous un instant pour bien vous imprégner du mécanisme de cette opération. La technique en est certainement aussi surprenante que celle de l'emploi des compléments mais, comme vous le verrez à l'usage, elle est aussi précieuse. Comme avec les compléments, il vous faudra un peu de temps pour vous habituer à l'esprit de cette technique.

Le processus développé au stade 2 implique à un certain moment que vous conserviez en mémoire un chiffre, tandis que vous cherchez à « voir » le chiffre qu'il faudra lui ajouter. Examinez le mécanisme de la multiplication classique appris en classe et vous verrez qu'à ce stade de l'opération, vous aviez à vous occuper de trois chiffres. Il vous fallait retenir le 5 du 56 tout en prenant en considération le nombre 32 ; ensuite il vous fallait vous souvenir du 3 de 32, tout en procédant à l'addition 2 + 5 égale 7 et en inscrivant son résultat. Après cela, il vous fallait inscrire le chiffre 3, provenant du nombre 32. La nouvelle méthode sans retenue est plus simple

puisque, au lieu de trois chiffres, vous n'en avez que deux en tête. De plus, elle permet d'obtenir le résultat de gauche à droite.

Voici un nouvel exercice pour accroître votre pratique et votre compréhension de la méthode.

$$\begin{array}{r} 8\,3 \\ \times\ 9 \\ \hline \end{array}$$

Stade 1. 8 × 9 donne un nombre entre 70 et 79. Inscrivez un 7 comme premier chiffre de votre réponse :

7

Stade 2. Le produit 8 × 9 se termine par 2. Gardez le 2 en mémoire. Le produit 3 × 9 est compris entre 20 et 29. Ajoutez le 2 gardé en mémoire au 2 des dizaines de ce produit et inscrivez un 4.

7 4

Stade 3. Le produit 9 × 3 se termine par 7. Inscrivez le 7 comme dernier chiffre de votre résultat.

7 4 7

Si un quelconque élément de cette suite de calculs vous échappe, refaites l'opération sur votre bloc. Le processus employé est d'une incroyable simplicité, mais il diffère radicalement du mécanisme de la multiplication telle que celle-ci vous a été enseignée.

Passons à une multiplication comportant un chiffre de plus. Cette opération impliquera simplement que, parvenus au deuxième stade, nous répéterons une seconde fois l'opération que ce stade implique. Plus justement, nous dirons que le premier et le troisième stade sont particuliers et déterminent les chiffres extrêmes (celui de gauche et celui de droite) du

résultat définitif. Le deuxième stade implique des opérations de calcul portant sur toutes les paires de chiffres du multiplicande. On procède à l'opération impliquée une fois si ce dernier a deux chiffres, deux fois s'il en a trois, etc. Voici le mécanisme de ce système dans le cas d'un nombre de trois chiffres :

$$\begin{array}{r} 5\,3\,2 \\ \times\ 7 \\ \hline \end{array}$$

Stade 1. Le produit 5 × 7 est compris entre 30 et 39 ; inscrivez 3.

3

Stade 2 (1re partie). Ce produit se termine par 5 ; gardez ce 5 en mémoire. Le produit 3 × 7 est compris entre 20 et 29. Additionnez 5 + 2. Inscrivez un 7.

3 7

Stade 2 (2e partie). Le produit 3 × 7 se termine par 1 ; gardez ce 1 en mémoire. Le produit 2 × 7 est compris entre 10 et 19. Additionnez 1 + 1 et inscrivez 2.

3 7 2

Stade 3. Le produit 2 × 7 se termine par 4. Inscrivez un 4.

3 7 2 4

Tel est le mécanisme du système ; vous voyez combien il est simple et révolutionnaire. Si le multiplicande avait comporté vingt chiffres, vous auriez eu simplement à répéter les opérations du deuxième stade jusqu'à la fin.

Prenez une page blanche de votre bloc et, à titre d'exemple, effectuez la multiplication suivante en suivant rigoureusement

les divers stades de la multiplication. N'essayez pas pour le moment d'appliquer la méthode à des multiplications dont les nombres seraient choisis au hasard. Il nous reste encore à vous expliquer deux règles spéciales, à appliquer dans des cas particuliers.

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array}$$

L'opération effectuée, vérifiez le résultat en opérant la multiplication par la méthode classique. Si les deux résultats ne concordent pas, vérifiez votre première multiplication pratiquée par la méthode nouvelle et voyez où vous vous êtes trompé.

Si cette fois vous ne trouvez pas le bon résultat, comparez votre travail à la description suivante des divers stades de l'opération.

Stade 1. Le produit 4 × 4 est compris entre 10 et 19. Inscrivez 1.

Stade 2. Ce produit (16) se termine par 6. Le produit 7 × 4 est compris entre 20 et 29. Ajoutez 6 et 2 ; inscrivez 8.

Stade 3. Le produit 4 × 7 se termine par 8. Inscrivez 8. La réponse se lit 188.

Voyons à présent les deux règles spéciales applicables à des cas particuliers. Ces règles sont importantes, car ces cas particuliers surgiront fréquemment dans vos calculs.

Comment manier les zéros

Parfois, en appliquant la méthode de la multiplication sans retenue, vous rencontrerez une paire de chiffres dont le produit est inférieur à 10. Exemple : 3 × 2 donne 6. Ce produit ne comporte aucune dizaine (ou chiffre à gauche du suivant). Il peut être considéré comme étant dans la catégorie des 0 dizaine.

Notre système implique obligatoirement l'emploi d'un chiffre

placé à gauche, faute de quoi le résultat serait faux. Il vous oblige donc à employer un chiffre placé à gauche, même si le chiffre est un 0.

Quand vous tomberez sur 3 × 2, vous considérerez que le produit est un nombre de deux chiffres de 0 dizaine, de même que le produit 3 × 4 est compris entre 10 et 19, et le produit 3 × 7 entre 20 et 29.

Pourquoi s'embarrasser de cette règle ? Parce que vous avez besoin que votre produit comporte deux chiffres, faute de quoi vos reports imaginaires d'une tranche à une autre seraient effectués en désordre. Plus tard, lorsque nous ferons des multiplications comportant deux ou plusieurs chiffres au multiplicateur, vous verrez aussi qu'il est indispensable d'opérer avec des produits comportant deux chiffres, de façon à maintenir l'ordonnancement des colonnes. Ceci est aussi facile que de poser un 0, lorsqu'en effectuant une multiplication classique et en opérant de droite à gauche, nous sommes amenés à nous dire 5 × 6 égale 30. Je pose 0 et je retiens 3. Le fait d'amener ainsi à deux chiffres un produit qui n'en comporte qu'un répond d'ailleurs à la même idée.

Supposons par exemple que vous ayez à effectuer l'opération :

$$\begin{array}{r} 514 \\ \times\ 7 \\ \hline \end{array}$$

Stade 1. Le produit 5 × 7 est compris entre 30 et 39.

3

Stade 2 (1re partie). Le produit 5 × 7 se termine par 5. Le produit 1 × 7 donne un nombre entre 0 et 9, donc de 0 dizaine. Additionnons 0 et 5, soit :

35

Stade 2 (2e partie). Le produit 1 × 7 se termine par 7. Le produit 4 × 7 donne un nombre entre 20 et 29. 7 + 2 égale 9 :

359

Stade 3. Le produit 4 × 7 se termine par 8 :

3598

Il est également essentiel de se souvenir d'un autre point important, relatif aux produits inférieurs à 10 et qui par conséquent comportent un 0 comme chiffre de gauche, si on exprime ce résultat sous forme d'un groupe de deux chiffres. Prenez l'habitude d'inscrire un 0 dans la réponse définitive, si le processus du calcul vous conduit à ce résultat. Cette pratique n'est pas indispensable dans le cas où le multiplicateur n'a qu'un chiffre et où la réponse définitive s'inscrit sur une seule ligne ; elle est en revanche absolument nécessaire dès que, le multiplicateur ayant plusieurs chiffres, la réponse définitive découle de l'addition de deux ou de plusieurs réponses partielles, disposées sur des lignes différentes dont il faut respecter l'ordonnance.

Voici la justification de ce point :

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array}$$

Stade 1. Le produit 1 × 4 est compris entre 0 et 9 et ne comporte pas de dizaine : inscrivez 0.
Stade 2. Le produit 1 × 4 se termine par 4. Le produit 6 × 4 est compris entre 20 et 29. Additionnez 4 + 2, ce qui donne 6. Inscrivez :

06

Stade 3. Le produit 6 × 4 se termine par 4 ; inscrivez 4.

064

Le résultat est 64 ; le 0 figurant devant ces deux chiffres ne change pas le nombre 64. Cependant, lorsque nous en viendrons à opérer avec des multiplicateurs comportant deux chif-

fres et davantage, vous verrez à quel point il est indispensable d'appliquer cette technique et d'inscrire des 0. Comme nous l'avons indiqué plus haut, c'est la même nécessité qui, lorsque nous effectuons selon la méthode classique une multiplication comportant un multiplicateur à plusieurs chiffres, nous oblige à inscrire le chiffre 0 à droite dans le cas où le produit nous donne 30 ou 40 par exemple.

Puisque vous abordez une nouvelle méthode, veillez à prendre l'habitude d'opérer de cette façon lorsque le résultat se présente comme nous l'avons indiqué. Essayez la méthode sur les deux exemples suivants, en prenant votre bloc.

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times\ 2 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 386 \\ \times\ 2 \\ \hline \end{array}$$

Ne vous contentez pas de lire ces exemples en décidant que vous effectuerez les opérations par la suite, mais faites ces exercices effectivement ; cet entraînement vous aidera à améliorer la rapidité de vos calculs. La théorie et la pratique sont deux choses qui vont de pair. Tout en lisant l'explication qui suit, vérifiez les résultats que vous avez obtenus pour les deux opérations indiquées ci-dessus ainsi que les divers stades du calcul.

Exemple I. Stade 1. Le produit 4 × 2 est compris entre 1 et 9 et ce nombre comporte 0 dizaine. Inscrivez 0.

Stade 2. Le produit 4 × 2 se termine par 8. Le produit 9 × 2 est compris entre 10 et 19. 8 + 1 = 9. Inscrivez 9.

Stade 3. Le produit 9 × 2 se termine par 8 ; inscrivez 8. Le résultat se lit :

098, soit 98

Exemple II. Stade 1. Le produit 3 × 2 est compris entre 1 et 9. Inscrivez 0.

Stade 2 (1re partie). Le produit 3 × 2 se termine par 6. Le produit 8 × 2 est compris entre 10 et 19. 6 + 1 = 7. Inscrivez 7.

Stade 2 (2e partie). Le produit 8 × 2 se termine par 6. Le produit 6 × 2 est compris entre 10 et 19. 6 + 1 = 7. Inscrivez 7.
Stade 3. Le produit 6 × 2 se termine par 2. Inscrivez 2. Le résultat se lit : 0 7 7 2, soit 7 7 2.

Si dans ces opérations vous avez omis d'inscrire un 0 comme premier chiffre d'un résultat, recommencez-les. Lorsqu'on s'attaque à une nouvelle méthode de calcul, il est indispensable de répéter à plusieurs reprises le processus.

Ce nouveau mécanisme qui consiste, étant donné le produit de deux chiffres, à considérer tour à tour le premier chiffre du produit et le second, selon les besoins, peut vous dérouter. A l'école, on vous a appris à dire automatiquement « 6 fois 8 donne 48 ». Dans ce cas précis, notre méthode exige que vous pensiez d'abord au chiffre 4 (4 dizaines), puis au chiffre 8 (8 unités).

Vous trouverez ci-après divers exercices ; effectuez-les pour bien vous habituer à ce processus et en saisir le mécanisme.

Avant d'aborder l'ultime stade de ce genre de multiplication, effectuez donc les deux opérations qui suivent pour mieux vous adapter à cette méthode de calcul. Prenez une page blanche de votre bloc :

$$\begin{array}{r} 936 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 749 \\ \times\ 6 \\ \hline \end{array}$$

Nous ne détaillerons pas les divers stades de ces opérations. Opérez lentement et en appliquant toutes les règles de façon à bien les assimiler, plutôt que de chercher à accélérer le rythme de vos calculs. Ce gain de vitesse viendra rapidement, car dès à présent vous appliquez une méthode de calcul à la fois plus simple et plus logique.

Une fois obtenus les résultats de ces deux multiplications, vérifiez-les en effectuant ces opérations selon la méthode classique. Si vos résultats ne concordent pas, vérifiez les multiplications effectuées selon la nouvelle méthode, pour voir à quel stade du calcul vous vous êtes trompé.

A présent, abordons l'ultime stade de l'étude de ce genre de multiplication.

Le report des dizaines

Jusqu'à présent, nos exemples ont été soigneusement choisis pour éviter un cas particulier, dont le maniement est d'ailleurs bien plus compliqué dans la méthode classique de la multiplication que dans celle de la multiplication sans retenue. Ce cas précis appelle l'emploi d'une technique spéciale et dans notre système, il existe un moyen de surmonter cette difficulté.

L'exemple suivant illustrera clairement ce cas particulier. Opérez par stades successifs et découvrez la difficulté en question :

$$\begin{array}{r} 89 \\ \times\ 6 \\ \hline \end{array}$$

Stade 1. Le produit 8×6 est compris entre 40 et 49 ; inscrivez :

4

Stade 2. Le produit 8×6 se termine par 8. Le produit 9×6 est compris entre 50 et 59. $8 + 5$ donne...
ARRÊTEZ-VOUS là une seconde ! Il vous est impossible d'inscrire dans le résultat un seul chiffre pour représenter l'addition $8 + 5$. Le produit dépasse 10. Dans notre nouvelle façon de manipuler les additions, nous ne cherchons même pas à additionner ces deux chiffres. En fait, nous ôtons de 5 le complément de 8, soit 2, et nous inscrivons 3.

43

Cette méthode ne correspond pas à la réalité. L'emploi d'un

complément nous amène à tenir compte d'une dizaine. Comment allons-nous faire en l'occurrence ? L'un des secrets de cette méthode consiste à laisser les dizaines s'occuper librement d'elles-mêmes. Dans le cas d'une addition, nous les enregistrons, dans le cas d'une soustraction nous agissons par suppression. En aucun cas vous ne cherchez à vous souvenir de ces dizaines : ce processus serait inefficace.

Pour ce qui est de la multiplication, nous nous bornerons donc tout simplement à utiliser la notation symbolique écrite que nous avons adoptée dans le cas de l'addition ; par conséquent *nous soulignons*. En l'occurrence un chiffre souligné sera à considérer comme augmenté d'une unité, exactement comme dans le cas de la soustraction d'un chiffre barré était à diminuer d'une unité. Dans le cas de notre exemple, le report de la dizaine contenue dans le nombre 13 intéresse le chiffre placé à gauche du 3 et, par conséquent, c'est ce chiffre que nous soulignons. Voici comment votre réponse se présente à présent :

$$\underline{4}\,3$$

Stade 3. Le produit 9×6 se termine par un 4 ; le résultat s'écrit :

$$\underline{4}\,3\,4$$

Un chiffre souligné étant, dans ce processus, destiné à augmenter d'une unité, le résultat se lit :

$$5\,3\,4$$

La réponse est-elle correcte ? Vérifiez-le par la méthode classique. Considération aussi importante et peut-être même davantage, voyez si vous avez compris le mécanisme de ce calcul. S'il vous paraît quelque peu compliqué, revoyez par la pensée le processus utilisé dans la multiplication classique. Voici la décomposition du raisonnement que l'on vous y de-

mandait de faire :« 6 × 9 = 54. Inscrivez le 4 et retenez 5. 6 × 8 = 48. Nous avons retenu 5. 8 + 5 = 13. Inscrivez le 3. Au 4 de 48 ajoutez 1. 1 + 4 = 5. Inscrivez 5 ». Lorsque la méthode nouvelle vous sera aussi familière que la méthode classique, demandez-vous laquelle des deux vous paraît la plus simple. Effectuons un nouvel exercice pour détailler une fois de plus les divers stades du processus.

$$\begin{array}{r} 468 \\ \times\ 3 \\ \hline \end{array}$$

Stade 1. Le produit 4 × 3 est compris entre 10 et 19, inscrivez :

1

Stade 2 (1re partie). Le produit 4 × 3 se termine par 2. Le produit 6 × 3 est compris entre 10 et 19. 2 + 1 = 3. Inscrivez le 3 :

1 3

Stade 2 (2e partie). Le produit 6 × 3 se termine par 8. Le produit 8 × 3 est compris entre 20 et 29. 8 et 2 sont des nombres complémentaires. Inscrivez le 0, et soulignez le 3 à sa gauche :

1 3̲ 0

Stade 3. Le produit 8 × 3 se termine par 4. Inscrivez le 4.

1 3̲ 0 4 ce qui se lit :
1 4 0 4

Essayez d'effectuer une multiplication du même genre seul et sans le concours du schéma des opérations. Inscrivez votre réponse de gauche à droite avant de poursuivre la lecture. A

présent vérifiez les stades de l'opération par rapport aux explications qui suivent.

$$\begin{array}{r} 7\,8 \\ \times\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Voici comment il faut appliquer à cette multiplication la méthode de la multiplication sans retenue.

Stade 1. Le produit 7×8 est compris entre 50 et 59 ; inscrivez :

5

Stade 2. Ce produit se termine par un 6. Le produit 8×8 est compris entre 60 et 69. 4 (le complément de 6) ôté de 6 donne 2, et nous enregistrons une dizaine :

5 2

Stade 3. Le produit 8×8 se termine par 4 ; inscrivons le 4 et tenons compte de la dizaine retenue :

5 2 4

Cette réponse se lit : 6 2 4, ce qui constitue le résultat définitif.

Parfois la dizaine enregistrée affecte un 0. Voici un exemple :

$$\begin{array}{r} 1\,9 \\ \times\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Faites cette opération tout seul, en ayant bien soin d'inscrire un 0 si le produit de deux chiffres donne un résultat compris entre 0 et 9, et voyez si ce 0 affecte votre réponse au moment où vous la lisez. Effectuez l'opération sur votre bloc. Si vous avez bien compris le mécanisme, vous trouverez 052 ce qui se lit 152.

Effectuez sur votre bloc les deux multiplications suivantes. Veillez à bien suivre la succession des divers stades de la méthode, et vérifiez vos réponses pour vous assurer de leur exactitude. Si vous hésitez par trop, ou si après avoir essayé deux ou trois fois vous obtenez une réponse fausse, il est indispensable que vous relisiez les quelques pages qui précèdent.

$$\begin{array}{r} 936 \\ \times\ 7 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 485 \\ \times\ 6 \\ \hline \end{array}$$

Les avantages de l'emploi des compléments

A ce stade, vous avez certainement constaté un fait aussi surprenant qu'agréable : l'addition par complément est une aide précieuse dans la multiplication sans retenue. Vous n'avez pas besoin de vous inquiéter de savoir si vous avez ou non à enregistrer une dizaine. Lorsque le cas se présente, vous en êtes automatiquement averti. Vous enregistrez une dizaine chaque fois que vous utilisez un complément ou que l'addition de deux chiffres donne 10. Le processus est simple et automatique.

L'emploi d'un complément vous fournit d'ailleurs plus rapidement et plus sûrement le chiffre à inscrire dans le résultat que si vous aviez par exemple à faire 9 + 9 par la méthode classique, ce qui donne 18 et vous entraîne à inscrire 8 tout en retenant 1. La nouvelle méthode vous conduit simplement à penser « 8 et j'enregistre ». Appliquée méthodiquement, cette méthode nous met presque automatiquement à l'abri des erreurs. La multiplication sans retenue est un des éléments essentiels du soroban. Cette technique, qui automatise la multiplication, vous dégage l'esprit et vous permet de vous concentrer sur les opérations intermédiaires qu'exige la multiplication. Votre rythme de calcul s'en trouve accéléré ; il vous suffit de concentrer votre attention sur la décomposition en deux éléments du produit de deux chiffres, autrement dit, dans

le cas de la multiplication 6 × 7, de penser successivement aux quatre dizaines et aux deux unités que comporte ce produit.

Le chapitre suivant vous permettra de développer plus complètement cette notion.

Multiplicateur comportant deux chiffres

Le principe demeure le même. Théoriquement, vous pourriez formuler directement le résultat d'une multiplication par un multiplicateur comportant plusieurs chiffres ; cependant, ceci vous amènerait à conserver en mémoire un certain nombre de chiffres. Pour bon nombre d'entre nous, ce calcul mental serait difficile. Dans certains traités consacrés aux simplifications, cette méthode est prônée ; mais cette voie est contraire à toutes celles qui contribuent à accroître la rapidité des calculs. A moins de consacrer des années à les mettre en pratique, les procédés qui vous permettraient de formuler d'un seul coup et sur une seule ligne le résultat de 59 × 38 risquent bien davantage de vous induire en erreur et de vous fournir un résultat faux que d'accélérer votre rythme de calcul.

Au stade actuel, vous savez formuler la réponse à une multiplication comportant un seul chiffre au multiplicateur, et vous obtenez ce résultat de gauche à droite avec plus de rapidité et d'aisance que par la méthode classique. Cette manière de procéder est plus sûre aussi. Conservons donc cet avantage et pour des multiplications plus longues, opérons de la même façon. Nous nous bornerons donc à étager les résultats partiels en employant une ligne par chiffre figurant au multiplicateur. Cependant, pour présenter ces lignes, nous adopterons une disposition contraire à celle utilisée dans la multiplication classique. Attaquez la première ligne en multipliant le multiplicande par le chiffre de gauche du multiplicateur, puis, pour chaque ligne suivante, décalez vos chiffres d'un rang vers la droite.

Lorsque vous serez bien entraîné, cette technique vous paraîtra à la fois plus simple et plus rapide. D'abord elle vous permet de travailler de gauche à droite, c'est-à-dire dans le sens naturel, et au fur et à mesure elle vous fournit une valeur approchée du résultat. Etudiez la démonstration suivante :

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times\ 98 \\ \hline \end{array}$$

Stade 1. 2 × 9 est entre 10 et 19, donc :

1

Stade 2. 2 × 9 se termine par 8. 6 × 9 est entre 50 et 59. Otez 2 (complément de 8) de 5. Enregistrez :

13

Stade 3. 6 × 9 se termine par 4 :

134

Seconde ligne. Nous multiplions 8 successivement par chaque chiffre du multiplicande, et nous inscrivons ce résultat partiel en le décalant d'un cran vers la droite par rapport au résultat partiel précédent. (Nous travaillons toujours de gauche à droite.)
Stade 1. 2 × 8 est entre 10 et 19 :

134
 1

Stade 2. 2 × 8 se termine par 6. 6 × 8 est entre 40 et 49. 6 et 4 sont des compléments : 0, et enregistrement :

134
 10

Stade 3. 6 × 8 se termine par 8 :

$$\begin{array}{r} \underline{1}\,3\,4 \\ \underline{1}\,0\,8 \end{array}$$

A présent, il suffit d'additionner de gauche à droite. Pour tenir compte des chiffres soulignés, il est plus rapide de leur donner leur vraie valeur au cours de l'addition que de réécrire les deux résultats partiels :

$$\begin{array}{r} \underline{1}\,3\,4 \\ \underline{1}\,0\,8 \\ \hline 2\,5\,4\,8 \end{array}$$

Vous devez à présent connaître ce mécanisme ; si vous vous sentez gêné, relisez à nouveau les pages précédentes.

Un point particulier doit retenir votre vigilante attention. Nous avons souligné — et vous vous en souvenez certainement — l'importance qu'il y a à inscrire le premier chiffre du résultat (ou du résultat partiel) même s'il s'agit d'un 0. Si vous oubliez cette règle, vos résultats partiels ne seront pas décalés d'une façon correcte et leur addition vous fournira un résultat général très erroné. Etudiez l'exemple suivant pour bien comprendre le processus :

$$\begin{array}{r} 2\,4 \\ \times\ 3\,6 \\ \hline 0\,7\,2 \\ 1\,4\,4 \\ \hline 8\,6\,4 \end{array}$$

Si vous n'aviez pas disposé un 0 à gauche du 7 dans la première ligne, vos résultats partiels pourraient se présenter comme suit :

$$\begin{array}{r} 7\,2 \\ 1\,4\,4 \\ \hline 7\,3\,4\,4 \end{array}$$

Votre résultat est absurde mais, chose plus grave, l'erreur commise est du genre de celles qu'il est difficile de rattraper.

Appliquez tout seul le processus ; l'entraînement est le secret de l'habitude :

$$\begin{array}{r} 8\,6 \\ \times\ 1\,3 \\ \hline \end{array}$$

Le résultat de cette multiplication est indiqué ci-dessous, mais cachez-le à l'aide de votre bloc le temps d'effectuer l'opération. Si vous vous êtes souvenu qu'il fallait toujours inscrire le premier chiffre, même s'il s'agit d'un 0, votre résultat se présentera comme suit :

$$\begin{array}{r} 8\,6 \\ \times\ 1\,3 \\ \hline 0\,8\,6 \\ 2\,5\,8 \\ \hline \underline{0}\,\underline{0}\,1\,8 \end{array} \text{ ou } 1\,118$$

Remarquez la façon dont nous avons manié les dizaines enregistrées en en tenant compte dans l'addition des résultats partiels. Au stade actuel, vous apprenez à considérer la valeur d'un chiffre souligné comme augmentée d'une unité. Occasionnellement, dans des multiplications impliquant la présence au multiplicateur de deux ou trois chiffres, voire davantage, vous aurez parfois besoin d'enregistrer plusieurs dizaines au même emplacement. Autrement dit, vous aurez parfois à augmenter de deux ou de trois unités la valeur d'un chiffre déjà inscrit, ceci en poursuivant votre opération de gauche à droite.

Pour les multiplications de ce genre, vous choisirez peut-être de traiter les additions de vos résultats partiels comme s'il s'agissait d'additions particulières et d'enregistrer les dizaines à l'aide de vos doigts, pour les noter ensuite sous le chiffre qui se trouve à gauche. La multiplication est rarement aussi complexe. Le plus souvent, vous trouverez pratique de souligner un chiffre une fois, deux fois, trois fois selon vos

besoins.

A présent, il serait grand temps que vous procédiez tout seul à quelques multiplications comportant deux chiffres au multiplicateur. Cachez avec votre bloc les réponses qui figurent ci-dessous le temps d'effectuer ces opérations. Ne vous servez que des nouvelles techniques.

$$\begin{array}{r} 78 \\ \times\ 82 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 49 \\ \times\ 43 \\ \hline \end{array}$$

Comparez ensuite les réponses obtenues et celles que nous vous donnons :

$$\begin{array}{r} 524 \\ 156 \\ \hline 6396 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 196 \\ 147 \\ \hline 1007 \end{array} \text{ ou } 2107$$

Des multiplicateurs plus importants

Lorsque vous avez à opérer avec des multiplicateurs comportant trois ou quatre chiffres, il vous suffit d'appliquer la technique que vous venez d'apprendre. Le processus ne présente aucune différence ; il est simplement plus compliqué. Il vous suffit d'ajouter autant de lignes au résultat partiel qu'il y a de chiffres au multiplicateur, en décalant ces lignes d'un rang vers la droite. N'oubliez pas de faire figurer éventuellement un 0 comme premier chiffre d'une ligne, ceci pour conserver le bon ordre de la disposition des lignes et des colonnes.

Le résultat d'une longue multiplication n'a rien de magique. Pour obtenir une valeur approchée du résultat d'une longue multiplication, on peut utiliser une règle à calcul ou bien se fier aux premiers chiffres significatifs d'une multiplication effectuée selon notre nouvelle méthode. Cependant, pour obtenir un résultat complet, il n'existe pas d'autre moyen que d'effectuer avec patience l'opération, si longue soit-elle. Notre méthode rend les divers stades de l'opération plus aisés et

plus rapides à effectuer. Analysez les différents stades de la multiplication présentée ci-dessous. Vous devez pouvoir comprendre à présent sans difficulté comment chaque chiffre du résultat se forme. Si un point quelconque vous semble obscur, relisez encore les quelques dernières pages. Il serait peut-être bon d'ailleurs d'effectuer l'opération en même temps sur votre bloc.

$$\begin{array}{r} 976 \\ \times\ 438 \\ \hline \end{array}$$

1. 3
2. 38
3. 380
4. 3804
5. 3804
   2
6. 3804
   29
7. 3804
   292
8. 3804
   2928
9. 3804
   2928
   7
10. 3804
    2928
    77
11. 3804
    2928
    770
12. 3804
    2928
    7708

A présent additionnez en opérant de gauche à droite :

$$\begin{array}{r} 3804 \\ 2928 \\ 7708 \\ \hline 316488 \end{array}$$

ou

427488

Par la pensée, suivez tout le processus de ce calcul en vérifiant que vous inscriviez bien les divers chiffres du résultat de votre calcul tels qu'ils apparaissent dans le développement stade par stade de l'opération. Faites très attention à la façon

dont le report des dizaines sous forme de trait sous un chiffre est manipulé.

Puis, à présent, essayez d'effectuer tout seul ces multiplications qui font appel à un multiplicateur à trois chiffres. Travaillez de gauche à droite selon notre nouvelle méthode de multiplication, sans oublier, le cas échéant, d'inscrire comme premier chiffre d'un résultat partiel un 0.

467	873
× 139	× 546

A la fin de ce chapitre, vous trouverez la décomposition de ces deux multiplications. Dès à présent, prenez votre bloc et effectuez ces opérations avant de poursuivre votre lecture. Gardez votre brouillon pour pouvoir vérifier vos calculs en les comparant aux décompositions de ces deux multiplications qui vous seront présentées par la suite.

Evaluation automatique d'un résultat approché

L'un des côtés remarquables de la multiplication sans retenue réside dans le fait que cette façon de procéder permet des résultats approchés. De ce point de vue, ce genre de multiplication est aussi automatique que l'addition ou la soustraction pratiquées de gauche à droite.

La multiplication classique ne permet pas d'obtenir un résultat approché, alors que tout système de calcul qui fait intervenir des opérations effectuées de gauche à droite comporte par définition des évaluations successives du résultat.

En quelques secondes, vous obtenez un résultat comportant deux chiffres significatifs. Quelques fractions de seconde de plus et vous obtenez une évaluation comportant trois chiffres significatifs, alors que celui qui utilise sa règle à calcul en est encore à sortir celle-ci de son étui.

Notre intention n'est pas de critiquer l'emploi de la règle à calcul ; si vous avez de nombreuses opérations à effectuer et

s'il vous suffit d'obtenir des résultats ayant quelques chiffres significatifs (la règle à calcul ne permet par définition que des calculs approchés), vous aurez tout intérêt à en acquérir une et à en apprendre le maniement.

Voici comment il vous faut procéder pour obtenir un certain nombre de chiffres significatifs lorsque vous faites une multiplication sans retenue. *Effectuez l'opération jusqu'à ce que vous obteniez le nombre de chiffres souhaité et arrêtez-vous là. Comptez le nombre des chiffres du multiplicateur et augmentez d'une unité la valeur du dernier chiffre de votre résultat autant de fois que vous aurez de groupes de deux chiffres dans le multiplicateur.*

Supposez que vous ayez à affronter une multiplication assez compliquée du genre suivant : voici 53 926 articles à 48,75 francs ; quelle somme représente cette marchandise ? Vous voulez obtenir une approximation avec trois chiffres significatifs. Il vous suffit d'effectuer votre multiplication sans retenue jusqu'à obtenir les trois premiers chiffres du résultat. Voici le processus :

$$\begin{array}{r} 53926 \\ \times\ 48{,}75 \\ \hline 215 \\ 42 \\ 3 \\ \hline 250 \end{array}$$

Ceci vous donne comme trois premiers chiffres 260. Le multiplicateur comportant quatre chiffres (4, 8, 7, 5), ajoutez 2 à votre 0 de 260, ce qui donne 262.

La règle à calcul ne vous permettrait pas un calcul plus rapide. Poursuivez l'opération si vous le désirez pour voir à quelle approximation vous êtes parvenu. Devez-vous lire 262 000 francs ou 2 620 000 francs ? Pour résoudre cette difficulté, il suffit d'appliquer une règle infaillible : votre réponse comporte exactement un nombre de chiffres égal à la somme des chiffres figurant au multiplicande et au multi-

plicateur. Faites la somme des chiffres de ces deux nombres et formulez votre résultat de façon à ce qu'il contienne le nombre de chiffres voulu. Remarque spéciale : si le chiffre de gauche de votre premier résultat partiel est un 0, ce chiffre doit être pris en considération dans le décompte.

Dans l'exemple indiqué plus haut, le résultat approché est 2 620 000. Refaites cette opération en vous souvenant que deux des chiffres du multiplicateur se trouvent derrière la virgule. Calcul de la valeur approchée de :

$$\begin{array}{r} 2468 \\ \times\ 28 \\ \hline 0492 \\ 196 \\ \hline 0588 \end{array} .$$

Cette valeur approchée comportera cinq chiffres et le résultat sera 68 900. Le total des chiffres figurant au multiplicateur et au multiplicande était en fait de 6, mais du fait de la présence d'un 0 comme premier chiffre du résultat, ce nombre n'est plus que de 5 après suppression du 0.

Cette méthode d'obtention d'une valeur approchée comporte deux points particuliers très intéressants.

Tout d'abord, vous ne poussez votre calcul que jusqu'à obtenir le nombre de chiffres significatifs désiré. Pour cela, dans chaque résultat partiel, vous poussez votre calcul jusqu'à obtenir un nombre de chiffres qui vous permette d'effectuer en colonne l'addition de vos résultats partiels, ceci *en partant du chiffre de gauche de la ligne supérieure*. Pour obtenir trois chiffres significatifs, il vous faudra donc trois chiffres dans le premier résultat partiel, deux dans le second et un seul dans le troisième. Si la première ligne commence par un 0 (comme dans le cas exposé ci-dessus), il faudra que la première ligne comporte quatre chiffres. Même si vous aviez vingt chiffres au multiplicateur, pour obtenir le résultat souhaité il vous suffit de tenir compte des trois premiers.

Pourquoi augmenter la valeur du dernier chiffre d'autant

d'unités qu'il y a de paires de chiffres dans le multiplicateur ? Cette question vous est peut-être venue à l'esprit. Reportez-vous au chapitre de la soustraction et à la partie qui traite des résultats approchés ; vous y trouverez une règle très similaire. La raison en est simple : la moyenne arithmétique de deux nombres de un chiffre pris au hasard, compte tenu du 0, est de 4,5. Si l'on ajoute la valeur moyenne de chaque ligne on obtient 9 dans le cas de deux lignes, nombre qu'il faut augmenter de la probabilité du report d'une dizaine en provenance des colonnes situées à droite, probabilité qui est de l'ordre de 0,4 par ligne. Pour obtenir une évaluation approchée, le meilleur moyen consiste à augmenter la valeur du chiffre d'une unité par groupe de deux lignes de l'addition des résultats partiels ; ce nombre de lignes est d'ailleurs équivalent au nombre des chiffres que comporte le multiplicateur.

Il vous suffira donc d'accroître la valeur du dernier chiffre du résultat d'autant d'unités que le multiplicateur compte de groupes de deux chiffres. En déterminant ce nombre, divisez le nombre des chiffres du multiplicateur par 2 et négligez le reste s'il en existe un. Ainsi, pour 5 vous compterez deux unités, pour 7, trois unités.

A titre d'exercice, calculez la valeur approchée des résultats de ces deux multiplications en adoptant trois chiffres significatifs. Travaillez sur votre bloc. N'oubliez pas d'accroître la valeur du dernier chiffre de votre résultat approché en appliquant la technique que nous venons de vous indiquer. Ayez bien soin aussi de faire la somme des chiffres figurant au multiplicande et au multiplicateur et de vous servir de ce nombre pour la détermination du nombre des chiffres à faire figurer dans votre résultat définitif, sans omettre évidemment le 0 qui apparaîtrait éventuellement comme chiffre de gauche de votre premier résultat partiel.

Effectuez les opérations suivantes :

$$\begin{array}{r} 46832 \\ \times\ 8963 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 836 \\ \times\ 517 \\ \hline \end{array}$$

Les valeurs approchées des résultats de ces opérations sont indiquées ci-après, mais ne les regardez qu'après avoir achevé vos calculs.

Voici les réponses des multiplications avec multiplicateurs à trois chiffres mentionnés à la page 101 et que nous vous avions demandé d'effectuer :

467	873
× 139	× 546
0467	4365
1301	3492
3103	4238
54913	465658
ou	ou
64913	476658

Voici comment nous évaluons les résultats approchés avec trois chiffres significatifs dans le cas des deux multiplications figurant à la page 104.

46832	836
× 8963	× 517
364	418
31	08
2	5
317	411

Ajoutez 2 (pour quatre chiffres multiplicateurs) : 419. Neuf chiffres : 419 000 000

Notez que les deux traits sous un chiffre correspondent à deux reports d'une dizaine. Ajoutez 1 (pour trois chiffres au multiplicateur). Six chiffres : 432 000

Le chapitre suivant vous permettra de vous familiariser davantage avec ces techniques et d'accroître la vitesse de vos calculs.

La multiplication des nombres décimaux

Lorsque vous avez à multiplier des nombres décimaux, notre nouvelle méthode de multiplication ne vous oblige pas à disposer les virgules en colonnes, car vous possédez un moyen de déterminer le placement de la virgule dans le résultat. Reportez-vous aux premières pages de ce chapitre si vous éprouvez le besoin de rafraîchir vos connaissances pour mieux comprendre la règle qui suit.

Comptez le nombre de chiffres total figurant au multiplicateur et au multiplicande. En tenant compte du chiffre de gauche du premier résultat partiel (même s'il s'agit d'un 0), donnez à votre résultat un nombre de chiffres égal à la somme du nombre des chiffres figurant au multiplicande et au multiplicateur.

Lorsque votre multiplication met en jeu des nombres décimaux, modifiez la règle générale en y ajoutant ceci : « ... en ne tenant compte que des chiffres situés à gauche de la virgule ».

Cette restriction s'applique au multiplicateur, au multiplicande, comme au résultat. Voici le processus :

```
  34,5
× 21,6
-------
  06 90
   0 345
     1070
-------
  644,20
```

Comment avons-nous placé notre virgule dans le résultat ? Tant le multiplicateur que le multiplicande ont deux chiffres à gauche de la virgule ; le résultat doit donc comporter quatre chiffres à gauche de la virgule. Nous partons du chiffre de gauche, premier résultat partiel qui est un 0 et qui a disparu dans le résultat final, mais dont il faut néanmoins tenir compte.

Dans tout le reste du processus nous ignorons entièrement l'existence de la, ou des virgules. Dans l'addition des résultats

partiels, il n'y a pas lieu de tenir compte des emplacements des virgules.

Vous auriez pu également employer la méthode classique, qui consiste à laisser à droite de la virgule autant de chiffres qu'il y en a au total derrière la virgule dans le multiplicateur et le multiplicande. Cependant, l'emploi de cette technique vous privera d'un des avantages de notre méthode, celui qui consiste à disposer automatiquement d'un résultat approché. Travaillez donc de gauche à droite et non de droite à gauche et, dans toutes les opérations, il vous suffira de pousser les calculs suffisamment loin pour obtenir la précision souhaitée.

7. Pour accroître la vitesse de la multiplication

La rapidité du calcul dans le cas de la multiplication dépend, vous vous en souvenez, de l'application de trois principes.

1. Opérer de droite à gauche (ce qui n'est possible qu'avec notre système).
2. « Voir » la décomposition du produit de deux chiffres et non le résultat de l'opération.
3. Utiliser la méthode de la multiplication sans retenue.

C'est le second point qui, de toute évidence, exige le plus de pratique. Le fondement même de la rapidité du calcul dépend de l'emploi de la multiplication sans retenue, technique à la fois simple, facile et naturelle. Pour que cette technique soit d'un maniement aisé, il faut arriver à entrevoir les produits sous une forme spéciale, par exemple 8×7 comme donnant un nombre dans les 50 et se terminant par 6.

Votre tâche la plus importante consiste à présent à revoir tous ces produits en les considérant comme une association de deux éléments, et ceci jusqu'à ce que la réponse vous viennent automatiquement. Comme la table de multiplication vous a sans doute coûté plus d'efforts que la table d'addition ou la table de soustraction, vous devez être suffisamment entraîné pour pouvoir sans difficulté décomposer ainsi les produits et ne voir tour à tour que le chiffre de gauche et le

chiffre de droite. Une fois habitué à ce mécanisme, vous verrez que les opérations vous paraîtront plus simples et seront plus rapides à exécuter.

Les chiffres de gauche

Qu'entendons-nous par chiffres de gauche, chiffres de droite ? Revoyons cette notion. Essayez de « voir » le chiffre de gauche (nombre des dizaines) de :

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times\ 2 \\ \hline \end{array}$$

Si vous avez parfaitement compris le dernier chapitre, vous répondrez automatiquement : 0 !

Quel est le chiffre de droite (celui des unités) ? Si le 8 surgit à votre pensée, vous êtes déjà sur la bonne voie pour accélérer la vitesse de vos calculs grâce à la multiplication sans retenue. Si vous avez marqué un temps d'arrêt pour réfléchir — ce que nous ferions pratiquement tous à votre place — lisez donc ce chapitre conçu pour vous permettre de surmonter cette difficulté. A titre de premier exercice, pensez aux multiplications suivantes en ne voyant que le chiffre de gauche (les dizaines), ce chiffre que nous avons défini habituellement en précisant que le nombre est compris entre 20 et 29 ou 70 et 79, etc. Ainsi 4×4 : efforcez-vous de voir 1.

En effectuant ces calculs, ne cherchez pas à opérer avec célérité. Il vous faut d'abord chercher à obtenir automatiquement le chiffre de gauche d'un produit. Point aussi important, il faut vous habituer à penser que pour tout produit inférieur à 10 le premier chiffre de gauche est un 0, faute de quoi, dans les longues opérations comportant plusieurs chiffres au multiplicateur, vous adopterez pour les résultats partiels des dispositions erronées.

Le produit 4×9 doit faire automatiquement « 3 » dans votre esprit. En effet, il ne faut pas que vous décomposiez

l'opération en vous disant 4 × 9 égale 36 et 36 est compris entre 30 et 39.

Procédez avec soin et lenteur en vous entraînant à ne voir que le résultat ; autrement dit le chiffre de gauche représentera les dizaines :

7	4	1	6	8	4
4	7	2	4	5	3
3	8	2	9	1	2
6	2	5	3	4	7
5	9	1	5	6	4
3	5	8	8	6	1
6	3	8	9	5	7
7	2	9	7	5	2

Toujours en procédant avec lenteur, cherchez à « voir » automatiquement les chiffres de gauche des produits suivants :

8	7	4	3	6	4
7	3	9	3	1	6
3	1	6	5	3	2
4	1	5	9	5	8
2	7	1	8	8	6
9	8	6	4	1	9
5	4	3	5	2	2
2	5	8	7	2	1

A ce stade, vous devez avoir acquis un certain automatisme. Lorsque vous aurez appris à manier ces produits avec aisance, revoyez-les de façon à acquérir une plus grande célérité dans vos calculs. Cependant, vérifiez à ce stade que vous formulez

vos réponses correctement et que vous ne commettez pas d'erreur par suite d'une trop grande précipitation. Le fait de vous contraindre à opérer à une cadence raisonnable vous permettra par la suite d'accroître la vitesse de vos calculs. Maintenant, complétez votre entraînement et calculez le chiffre de gauche de chacun des autres produits essentiels énumérés ci-après :

1	9	3	5	1	3
9	2	9	6	7	1
4	9	8	9	6	3
2	8	6	9	8	7
6	5	4	8	1	4
3	4	4	3	3	8
7	2	7	6	9	5
6	3	5	2	1	1
7	2	9	8	9	2
1	4	4	8	6	6
1	7	7	9	7	4
5	7	8	8	9	9

Marquez un temps d'arrêt et vérifiez votre technique. Lorsque vous jetez un coup d'œil à un groupe de chiffres, constatez-vous que vous ne pensez qu'au premier chiffre du produit ? Vous êtes-vous discipliné de façon à ne fournir que la réponse souhaitée ? Lorsque le produit de deux chiffres est inférieur à 10, pensez-vous automatiquement au 0 qui constitue le premier chiffre ? Si votre technique n'est pas parfaite, obligez-vous à revoir de temps à autre ces produits en vous astreignant à développer l'automatisme voulu. Si vous jugez que votre formulation des réponses relève de la routine, vous pouvez dès lors aborder les techniques qui vous per-

mettront d'accélérer la vitesse de vos calculs. Montre en main, complétez les tableaux que nous avons déjà donnés et voyez le temps qu'il vous faut. Recommencez et voyez si vous pouvez gagner quelques secondes.

Les chiffres de droite

Jusqu'à présent, vous avez cherché à voir avec précision et rapidité le chiffre de gauche de n'importe quel produit. Il ne s'agit là que de la moitié du travail ; à présent, il faut chercher à voir automatiquement par quel chiffre le produit se termine.

Jetez un coup d'œil sur cet exemple :

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times\ 7 \\ \hline \end{array}$$

Qu'appelle-t-on chiffre de gauche, chiffre de droite ? Pour vous entraîner à voir le chiffre de droite, il vous faut revoir toutes nos combinaisons ; mais il n'est pas indispensable que nous les reproduisions à nouveau. Reprenez donc les tableaux donnés plus haut.

Nous avons fait état d'une disposition pratique en ce qui concerne ce chiffre de gauche ; souvenez-vous de ce principe. Opérez doucement pour commencer, en vous obligeant à ne voir que le chiffre de droite du produit et non l'ensemble de la multiplication. Vous trouverez peut-être avantageux de formuler cette réponse à mi-voix, mais évitez soigneusement de formuler l'ensemble de l'opération.

En revoyant ces tableaux deux ou trois fois, vous devriez être à même de formuler automatiquement la réponse ; le mécanisme est du même ordre que celui qui vous permet de prononcer un mot au lieu d'en épeler les lettres.

Si vous doutez de cet automatisme, cherchez donc à vous souvenir de l'emplacement exact d'une lettre donnée (le f par exemple) dans le texte de ces dernières lignes. A priori, vous ne

devez pas avoir la moindre idée de l'exacte distribution d'une lettre donnée. En lisant les mots, vous ne vous êtes même pas aperçu de la présence de la lettre en question. Pour la manipulation des groupes de deux chiffres et de leurs produits, vous devez acquérir une dextérité du même ordre en ne retenant que la terminaison du produit.

Reprenez les tableaux et faites votre premier exercice de détermination du chiffre de droite. Entraînez-vous consciencieusement à manier les produits contenus dans ces tableaux ; je vous conseille toutefois de vous interrompre de temps en temps pour effectuer quelques-uns des exercices indiqués plus loin. Si vous consacrez trop de temps d'affilée à ce genre d'exercice, qui fait partie d'un tout, vous vous fatiguerez par manque d'intérêt.

L'entraînement au maniement du produit de deux chiffres

Pourquoi faut-il apprendre sa table de multiplication en décomposant la réponse en deux chiffres, celui de gauche et celui de droite ? Parce que cette pratique vous permet d'effectuer des multiplications de gauche à droite sans tenir compte des retenues. En tenant compte du chiffre de droite d'un produit (celui des unités) et en l'ajoutant au chiffre de gauche du produit suivant (celui des dizaines), vous pouvez éliminer l'emploi de la retenue.

Certes, cette technique vous oblige à garder un chiffre en mémoire l'espace d'un instant, mais ce processus est quand même plus facile que celui de la multiplication classique, dans laquelle il vous fallait manipuler trois chiffres à la fois, voire quatre.

L'exemple qui suit vous rappellera ce point :

$$\begin{array}{r} 78 \\ \times\ 4 \\ \hline \end{array}$$

Voyez si à l'avance les divers stades de l'opération vous viennent immédiatement à l'esprit :
Stade 1. 7 × 4 donne un nombre entre 20 et 29 :

2

Stade 2. Le produit 7 × 4 se termine par 8. Le produit 8 × 4 est entre 30 et 39. 3 moins 2 (complément de 8) égale 1. Vous enregistrez une dizaine :

2 1

Stade 3. Le produit 8 × 4 se termine par 2 :

2 1 2, ou 3 1 2

L'opération qu'implique le second stade est difficile, certes, mais dans la multiplication sans retenue vous ne rencontrerez jamais une opération partielle plus compliquée. En fait, vous avez dû garder en mémoire le chiffre 8 le temps d'obtenir le 3. Si à présent vous savez « lire » la réponse, votre esprit la formulera comme suit : « 8, 3, 1, j'enregistre ».

La même partie de la multiplication pratiquée selon les règles classiques impliquerait la succession des pensées notée ci-après : « Après avoir fait 4 × 8 = 32 et posé le 2, je retiens 3. 4 fois 7 = 28. 8 et 3 = 11 ; j'inscris 1 et je retiens 1 à ajouter au 2 de 28, ce qui donne 3 ».

Cette petite révision de la multiplication est destinée à vous encourager à consacrer un certain temps à l'étude des produits des nombres de deux chiffres figurant dans les deux tableaux suivants. Rédiger un tableau de toutes ces combinaisons ne serait guère commode, car le nombre de ces combinaisons atteint presque le millier, mais notre sélection vous donnera une bon échantillonnage des divers types de produits.

Lorsque vous aborderez cette partie à titre d'entraînement, effectuez vos opérations sans hâte et méthodiquement, tout en vous obligeant à penser selon le processus que nous vous

avons appris.

Bornez-vous à lire simplement la réponse de chaque produit d'un chiffre par un autre.

Travaillez de gauche à droite.

Pensez automatiquement 0 si tel doit être le chiffre de gauche du premier de vos produits.

Le chiffre central de votre résultat découlant de l'addition de deux chiffres, utilisez un complément si le total de ces deux chiffres est égal ou supérieur à 10 et tenez compte de cette dizaine en soulignant mentalement le chiffre du résultat situé immédiatement à gauche.

Effectuez les multiplications suivantes en formulant les réponses à *haute voix* :

74	68	38	91	59	64
× 1	× 4	× 2	× 2	× 5	× 6
38	57	87	43	36	53
× 9	× 8	× 2	× 7	× 3	× 4
22	41	59	58	27	18
× 8	× 6	× 9	× 6	× 4	× 2
86	54	35	52	22	68
× 7	× 2	× 2	× 9	× 3	× 5
90	51	34	98	67	20
× 9	× 2	× 3	× 6	× 8	× 1

Point particulièrement important et que vous avez certainement remarqué, l'aisance avec laquelle vous réussissez à effectuer ces opérations est directement liée à l'aptitude que vous avez à manier les produits de deux chiffres, en lisant directement le chiffre de gauche et le chiffre de droite de chacun de ces produits. Si ces chiffres surgissent facilement dans votre pensée — et vous vous étonnerez du peu d'entraîne-

ment qu'il vous faudra pour parvenir à ce résultat — la pratique de la multiplication d'un nombre à deux chiffres ne vous demandera aucun effort, ou presque. Inversement, si votre pensée bute à la recherche du chiffre qui convient, cette partie de votre travail vous paraîtra plus malaisée qu'elle ne devrait l'être et elle vous demandera plus de temps qu'il ne faudrait.

Si vous avez du mal à formuler selon notre méthode le chiffre de gauche et le chiffre de droite d'un produit, revoyez alors les tableaux des produits d'un chiffre par un autre. Chaque révision accroîtra l'automatisme de votre réponse.

A présent « lisez » de gauche à droite les résultats des opérations suivantes. Tout en effectuant les opérations, veillez à construire vos raisonnements d'une façon correcte pour acquérir de bonnes habitudes de calcul.

94	87	62	49	97	77
× 6	× 9	× 4	× 2	× 8	× 5
17	58	47	73	30	93
× 3	× 6	× 4	× 8	× 5	× 1
67	38	24	91	65	12
× 2	× 8	× 3	× 7	× 4	× 6
28	14	72	85	46	98
× 3	× 8	× 4	× 9	× 6	× 2
55	64	41	58	79	47
× 8	× 2	× 9	× 7	× 5	× 4

Le dernier tableau d'exercices que contient ce chapitre sera présenté un peu plus loin. Si vous pouvez dès à présent manier en un clin d'œil, avec beaucoup d'esprit de décision, les tableaux contenant des multiplications de nombres de deux chiffres par un nombre de un chiffre, vous êtes capable d'effec-

tuer aisément les opérations qu'implique le deuxième stade, même pour des multiplications de nombres comportant vingt chiffres. Vous savez déjà comment disposer vos colonnes lorsque le multiplicateur comprend deux chiffres ou davantage, et vous avez acquis une certaine dextérité dans l'addition rapide. Les exercices qui vont suivre vous amèneront à formuler à haute voix les opérations qu'entraîne la multiplication par un multiplicateur de un chiffre dans le cas d'un multiplicande comportant plusieurs chiffres.

Comme précédemment, travaillez lentement, pour ancrer solidement les bases de ce nouveau système de calcul. Lorsque le produit de deux chiffres est inférieur à 10 et que, par conséquent, vous l'exprimez sous la forme d'un groupe de deux chiffres commençant par un 0, n'oubliez pas de tenir compte de ce 0. Si vous utilisez un complément ou que vous additionnez deux chiffres complémentaires, tenez compte du report en soulignant le résultat de l'addition de la colonne située à gauche de celle dans laquelle vous opérez. Efforcez-vous de ne pas penser au produit de deux chiffres sous sa forme globale, mais de le décomposer en un chiffre de gauche et un chiffre de droite.

Pour les multiplications plus longues, il sera peut-être bon, au stade actuel, que vous formuliez vos résultats par écrit. Posez votre bloc sous l'énoncé, opérez de gauche à droite, inscrivez automatiquement le résultat. Consacrez plusieurs minutes à opérer de la sorte :

7	23	456	3	782
× 9	× 9	× 7	× 4	× 2
81	6	22	6843	91
× 3	× 9	× 8	× 7	× 6
38	87	543	5	453
× 3	× 4	× 5	× 2	× 8

6	817	729	7	9478
× 3	× 7	× 2	× 1	× 6
974	81		285365	26
× 3	× 9		× 8	× 4
41	684	3	82	913
× 4	× 7	× 2	× 5	× 3

C'est intentionnellement que nous avons mélangé dans cet exercice les multiplications comportant deux, trois, etc., chiffres au multiplicande ; ce sont des opérations de cette nature que nous rencontrons dans notre travail et les diverses multiplications que nous avons à effectuer ne relèvent d'aucun ordre particulier. Votre connaissance et votre pratique d'une technique doivent toujours pouvoir s'adapter au cas à traiter.

8. La division

Nous avons déjà étudié trois des quatre opérations fondamentales de l'arithmétique. L'addition nous a permis de nous familiariser avec l'emploi des compléments, ceci pour calculer plus rapidement la somme de deux chiffres lorsque cette somme est supérieure à 10. La méthode consiste à enregistrer une dizaine lorsque l'addition nous amène à manier des chiffres complémentaires ou des chiffres dont la somme est supérieure à 10.

La technique de la soustraction nous a appris à ne pas soustraire d'un chiffre un chiffre plus élevé et, pour ce faire, à emprunter une unité au chiffre situé à gauche de celui sur lequel nous opérons.

Enfin, dans l'étude de la multiplication, nous avons été amenés à tronçonner littéralement en deux les produits d'un chiffre par un autre chiffre de façon à retenir d'abord le chiffre représentant les dizaines et ensuite ceux qui représentent les unités. L'emploi de cette technique permet de supprimer les retenues et d'opérer de gauche à droite.

Cependant, pour tenir compte du report des dizaines, nous avons adopté une technique qui permet de conserver à la construction du calcul toute sa simplicité.

Et la division ? Précisons tout de suite que nos nouvelles

méthodes, grâce à de véritables secrets, vous ont permis d'accélérer le rythme de vos calculs. Pour ce qui est de la division, il n'existe pas de secret de ce genre, mais certains des avantages des nouvelles méthodes de la soustraction ou de la multiplication pourront nous permettre d'effectuer plus rapidement divers calculs intermédiaires. Notons pour commencer que la division est la seule des quatre opérations que l'on nous ait appris à l'école à effectuer de gauche à droite, c'est-à-dire dans le sens naturel. Notons également que notre recherche du quotient s'effectue chiffre par chiffre et que nous procédons par conséquent à des multiplications du diviseur par un multiplicateur qui n'est constitué que par un seul chiffre. L'opération est en principe simple, mais le processus qui consiste à effectuer de tête la multiplication d'une partie du diviseur par le chiffre du quotient qui nous intéresse, puis à soustraire le résultat de cette multiplication d'une partie du dividende, ou du reste d'une opération antérieure augmenté d'un chiffre abaissé, n'est pas toujours très aisé. Notre division s'opère de gauche à droite, nous l'avons déjà dit, mais ces multiplications et ces soustractions sont effectuées de droite à gauche. Notre nouvelle technique consiste à accélérer ces calculs en les effectuant de gauche à droite.

Résultats approchés

Parce qu'elle s'effectue de gauche à droite, la division permet à tout moment d'obtenir un résultat approché et nous n'avons besoin de la poursuivre que dans la mesure où la précision du résultat l'exige. Soit 91 164 : 321. Nous trouvons 284 comme résultat. Le premier chiffre de notre quotient est un 2 ; il constitue en principe un premier chiffre représentatif. En réalité il faut pousser la division jusqu'au deuxième chiffre, soit 28 et arrondir 28 à 30 pour pouvoir dire que le premier chiffre de notre division est un 3, autrement dit que le résultat approché serait 300. Un résultat plus approché serait 280, et le résultat définitif est 284.

A tout moment donc, nous pouvons nous servir du quotient pour évaluer le résultat approché de l'opération.

Choix du chiffre du quotient

Nous éprouvons souvent des difficultés à déterminer le chiffre du quotient que nous allons adopter. Considérons par exemple l'opération 4 263 : 87.

Il s'agit d'abord de dire : en 42 combien de fois 87 ? Comme la réponse est évidente, nous nous demandons : en 426 combien de fois 87 ? A ce stade, notre pensée hésite parfois et nous sommes amenés à essayer un chiffre, deux chiffres, parfois trois. Il existe un processus qui nous permet d'éviter cet obstacle. Il consiste simplement à augmenter d'une unité le premier chiffre du diviseur — soit 9 au lieu de 8 — et de nous demander : en 42 combien de fois 9 ? Réponse : quatre fois. Plus d'une fois sur deux, cette astuce nous fournira le bon chiffre du quotient. Moins d'une fois sur deux, ce chiffre pourra être trop faible d'une unité, mais la suite du calcul fera ressortir notre erreur et il nous suffira alors de souligner ce chiffre d'un trait pour savoir qu'en lisant le résultat nous le diminuerons d'une unité. Essayez cette technique dans le cas des divisions suivantes :

268 : 47 513 : 65 136 : 28

Voici le processus :

Combien de fois 5 (au lieu de 47) en 26 (au lieu de 268) ? Il y va 5 fois. Ce premier chiffre de notre quotient est exact.

Combien de fois 7 (au lieu de 65) en 51 (au lieu de 513) ? Réponse 7. Exact.

Combien de fois 3 (au lieu de 28) en 13 (au lieu de 136) ? Réponse 4. Exact.

A présent, essayez de calculer le premier chiffre du quotient des divisions suivantes :

2 161 : 56 168 : 94 836 : 37

Souvenez-vous que nous n'effectuons pas ces divisions en entier et que nous ne cherchons qu'à acquérir un certain automatisme dans la détermination du quotient. Vos réactions sont-elles les suivantes :

En 21 combien de fois 6 ? 3. Pour la seconde division, au lieu de vous dire : en 16 combien de fois 9, avez-vous adopté 10 ? Il y va 1 fois. Pour la troisième, vous êtes-vous dit : en 8 combien de fois 4 ? Soit 2

Ce processus de la détermination automatique du chiffre du quotient est valable quelle que soit la longueur de ce dernier ; cependant ne travaillez que sur les exemples choisis, du moins jusqu'à ce que vous ayez assimilé la technique de la révision automatique du quotient.

Prenez votre bloc et déterminez les deux premiers chiffres du quotient en utilisant comme diviseur le premier chiffre du diviseur augmenté d'une unité.

5 7 1 4 0 : 8 7 6

Les deux premiers chiffres du quotient seront 6 et 5.

Révision automatique du quotient

Soit à diviser : 4 3 8 0 par 8 7 6.

Commencez comme suit : en 43 combien de fois 9 (au lieu de prendre le diviseur et le dividende dans leur entier) ? En multipliant le diviseur par 4 et en soustrayant des quatre chiffres du dividende, vous obtiendrez 876 comme reste. Ce reste est égal au diviseur. Il faut donc adopter 5 (et non 4) comme premier chiffre du quotient.

Nous sommes-nous trompés ? En fait, non, car le résultat de notre division est une approximation continue qu'il nous faut corriger le cas échéant.

Dans le cas du boulier, le chiffre du quotient est obtenu en divisant par le premier chiffre du diviseur et en effectuant ensuite les corrections nécessaires, lesquelles consistent sou-

vent à diminuer le chiffre choisi pour le quotient. Grâce à notre méthode, le chiffre par lequel nous divisons a été augmenté d'une unité ; il ne peut en aucun cas être trop grand mais il peut être trop petit d'une unité. Pour le corriger nous le soulignons. Cependant, il faut aussi corriger le reste que nous avions obtenu et, pour cela, lui retrancher la valeur d'une fois le diviseur, ou du moins les chiffres significatifs de ce produit. Mais nous étudierons ce point un peu plus loin. Pour l'instant, contentez-vous de vous dire que vous accélérez le calcul de votre division en « voyant » automatiquement les chiffres du quotient ; pour 4 380 divisé par 876, il vous suffit de voir 43 : 9.

Entraînez-vous sur les exemples suivants en vous bornant à calculer le premier chiffre de votre quotient :

6 8 4 3 : 2 3 0 1 4 9 : 7 8 6 8 4 2 1 9 : 8 4 3 7 5

Le processus de la division

A présent, nous allons appliquer d'une part les règles concernant le choix des chiffres du quotient, d'autre part celles que nous avons apprises au sujet de la soustraction et de la multiplication.

Pour étudier la multiplication sans retenue, nous avons pris un exemple et nous avons détaillé la manière de procéder. Faisons-en autant dans le cas d'une division très simple. 441 : 7.

```
4 4 1 | 7
2 1   | 6 3
  0
```

A noter : à titre d'approximation, nous pourrions adopter 60 et non 6.

Pour mieux contrôler votre sens des nombres, il n'est pas inutile que vous réfléchissiez au processus suivant : 441 peut

être décomposé en 420 plus 21, autrement dit 421 : 7 peut être décomposé en 420 : 7 plus 21 : 7, ce qui donne respectivement 60 plus 3. Tel est en fait le mécanisme que nous avons appliqué automatiquement en effectuant notre division de 441 par 7.

Décomposons à présent la même division 441 : 7 en opérant nos multiplications et nos soustractions de gauche à droite selon les techniques apprises.

Stade 1. 6 × 7 donne un nombre entre 40 et 49, et 4 ôté de 4 donne 0. Inutile de transcrire ce 0. L'absence d'un premier chiffre d'un reste vous indiquera qu'il s'agit d'un 0.

Stade 2. 6 × 7 se termine par 2, et 2 ôté de 4 donne 2.

```
441 | 7
-2↗   6
```

Un simple coup d'œil à ce stade partiel de votre division vous indique qu'après avoir obtenu le 2, il faudrait abaisser 1, mais en 21 vous savez que le diviseur est contenu 3 fois et vous vous contentez donc d'inscrire 3 derrière le 6 au quotient. Recommençons avec une division un peu compliquée, soit 5 936 : 8.

A noter : lorsque le diviseur ne contient qu'un chiffre, il n'y a pas lieu dans les choix successifs des chiffres du quotient d'accroître la valeur de ces chiffres d'une unité.

Le premier chiffre du quotient est évidemment 7.

Stade 1. 8 × 7 est un nombre entre 50 et 59. 5 ôté de 5 donne 0.

Stade 2. 8 × 7 se termine par 6. 6 ôté de 9 donne 3.

```
5936 | 8
-3↗    74
```

Le reste est pour l'instant 336. Abaissons mentalement le 3. En 33 combien de fois 8 ? Réponse 4, que nous inscrivons. Opérons et calculons le reste.

Stade 1. 4 × 8 donne un nombre entre 30 et 39. 3 ôté de 3 donne 0.
Stade 2. 4 × 8 se termine par 2, et 2 ôté de 3 donne 1.

```
5936 | 8
-3↗    742
 -1
```

Actuellement le reste est de 16. Mentalement, nous avons déjà abaissé le 6 et trouvé le troisième chiffre du quotient, soit 2. Un simple calcul de tête nous apprend qu'il n'y a pas de reste.

Par la suite, nous traiterons des divisions dont le quotient est un nombre décimal. Effectuez à présent la division très simple qui suit, ceci pour bien ancrer vos habitudes. Soit à diviser 456 par 6. Une fois le résultat trouvé, comparez le mécanisme de votre opération à celui du schéma que nous vous exposons ci-après.

Premier chiffre du quotient 7.
Stade 1. 6 × 7 est un nombre entre 40 et 49. 4 ôté de 4 donne 0.
Stade 2. 6 × 7 se termine par 2 et 2 ôté de 5 donne 3. Reste 36 (en abaissant mentalement le 6).

Deuxième chiffre du quotient 6. Nous ne développerons pas les stades un et deux du produit 6 × 6 ôté de 36, calcul qui se fait de tête. Réponse : 76.

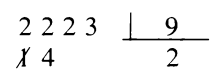
Retenue automatique de la soustraction

Les exemples ont été choisis jusqu'à présent de telle sorte que les soustractions ne fassent pas apparaître des retenues. Divisons maintenant 2 223 par 9. Nous pensons qu'il ne vous sera pas difficile d'adapter les techniques apprises lors de l'étude de la soustraction.

Le premier chiffre du quotient est évidemment 2. Calculons le reste.
Stade 1. 2 × 9 donne un nombre entre 10 et 19. 1 ôté de 2 donne 1.

Stade 2. 2 × 9 se termine par 8.

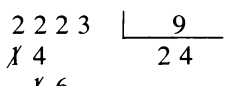
Pour ôter 8 de 2, vous ajoutez au nombre le plus petit le complément du plus grand, soit 2 et 2 = 4, et vous barrez le chiffre placé immédiatement à gauche, en l'occurrence le 1. Ceci se présente comme suit :



Cette réponse se lit évidemment 4. Le 1 barré est devenu 0. Abaissons mentalement le 4. Le quotient de 42 par 9 est 4, que nous inscrivons comme second chiffre du quotient de l'opération. Calculons le reste :

Stade 1. 4 × 9 donne un nombre entre 30 et 39. 3 ôté de 4 donne 1.

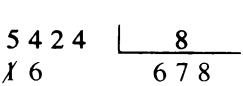
Stade 2. 4 × 9 se termine par 6. 6 est à ôter de 2 (4 complément de 6 et 2 donne 6) et nous barrons le chiffre placé à gauche.



Achevez ce problème tout seul en abaissant mentalement un chiffre et en calculant le dernier chiffre du diviseur. Vérifiez ensuite avec l'explication qui suit :

Le troisième chiffre du quotient est 7. 7 × 9 = 63 et le reste est nul.

Avant de poursuivre la lecture, divisez 5 423 par 8 (vous aurez des retenues dans votre soustraction). Après avoir opéré sur votre bloc, vérifiez le processus. Il est nécessaire de bien manier cette technique avant de s'attaquer à des divisions plus difficiles. Voici l'opération telle qu'elle doit se présenter :



Vous voyez qu'il n'y a là rien de difficile et qu'il vous suffit d'appliquer des techniques que vous connaissez. Certes, le fait de les employer dans la division constitue une nouveauté pour vous. Si vous éprouvez la moindre difficulté revoyez ce chapitre pour reprendre les points qui vous paraîtraient gênants.

Avant d'aborder des divisions dans le calcul desquelles les multiplications vous amèneront à modifier des chiffres déjà notés, effectuez donc deux divisions supplémentaires : 180 : 4 et 6 232 : 8.

Comparez ensuite vos résultats aux deux modèles suivants :

```
1 8 0 | 4          6 2 3 2 | 8
2     | 4 5          ✗.6   | 7 7 9
                     ✗ 7
```

Division sans retenue

La technique qui fait l'objet de ce paragraphe vous permettra d'opérer non plus avec des diviseurs d'un seul chiffre mais avec des diviseurs comportant autant de chiffres qu'il le faudra.

Lorsque votre diviseur comportera plusieurs chiffres, par exemple 653, il vous faudra faire des multiplications plus compliquées et seule la technique de la multiplication sans retenue vous permettra d'opérer de gauche à droite, tout en effectuant simultanément les soustractions nécessaires. Le processus habituel de cette multiplication et de cette soustraction simultanées vous oblige à conserver en tête un certain nombre de chiffres (parfois six). Notre technique vous permet d'opérer chiffre par chiffre. Si vous avez parfaitement assimilé la multiplication sans retenue et ce que nous vous avons déjà dit de la division avec un diviseur d'un chiffre, sans doute pourriez-vous développer vous-même le processus que nous allons à présent analyser en détail. N'oubliez pas que nous emploierons le premier chiffre du diviseur en augmentant sa valeur d'une unité. Soit à diviser 13 528 par 38. Nous nous

dirons : en 13 combien de fois 4 ?, et nous retiendrons 3 comme premier chiffre de notre quotient.
Stade 1. 3 × 3 donne un nombre compris entre 0 et 10. 0 ôté de 1 donne 1.

1 3 5 2 8	3 8
1	3

Stade 2. 3 × 3 se termine par 9. 8 × 3 donne un nombre entre 20 et 29. 9 + 2 se remplace par 1 (complément de 9) plus 2, soit 3. Il vous faut à la fois soustraire 1 de 3 et enregistrer la dizaine. De toute évidence le 10 est à soustraire. Il faut donc barrer le chiffre situé à gauche. Voyez :

1 3 5 2 8	3 8
~~1~~ 2	3

Stade 3. 8 × 3 se termine par 4 et 4 ôté de 5 donne 1.

1 3 5 2 8	3 8
~~1~~ 2 1	3

Au stade 2, nous sommes amenés à procéder à un nouvel enregistrement d'une dizaine, car nous n'écrivons que les chiffres résultant des soustractions, et l'enregistrement de cette dizaine doit évidemment réduire d'une unité le chiffre résultant de la soustraction dans laquelle nous avons soustrait 1.

Ceci nous conduit à édicter une petite règle : lorsque votre multiplication sans retenue effectuée de gauche à droite implique l'emploi d'un complément et, par conséquent, le report d'une dizaine, il y a lieu de barrer d'un trait le chiffre transcrit précédemment (à gauche comme résultat de la multiplication et de la soustraction précédente).

Pour l'instant, notre reste est de 2 128. Un résultat approché de la division 13 528 par 38 donnerait 300 avec un reste de 2 128. Si ces chiffres vous surprennent, revoyez les explications que nous avons données précédemment.

Notez la présence de deux chiffres dans le résultat de la soustraction (21). Mentalement, nous abaissons le chiffre suivant, soit 212 : 38. En 21 combien de fois 4 ? 5, tel est le deuxième chiffre de notre quotient. Calculons le reste.
Stade 1. 5 × 3 donne un nombre compris entre 10 et 19. 1 ôté de 2 donne 1.

```
1 3 5 2 8  | 3 8
X 2 1        3 5
  1
```

Stade 2. 3 × 5 est un nombre qui se termine par 5. Le produit 8 × 5 donne un nombre compris entre 40 et 49. 4 + 5 = 9 et nous avons à ôter 9 de 1... Un chiffre plus élevé d'un chiffre plus faible ! A 1 ajoutez le complément de 9 et inscrivez le chiffre 2. Supprimez une dizaine en barrant d'un trait le chiffre situé à gauche (résultat de la soustraction précédente).

```
1 3 5 2 8  | 3 8
X 2 1        3 5
  X 2
```

Nous rencontrons là un point intéressant. Lorsqu'une multiplication ou une soustraction nous entraîne à employer un complément, il nous faut barrer le chiffre déjà inscrit à gauche et résultant du calcul précédent ; la division nous offre donc deux occasions de barrer (de diminuer d'une unité) des chiffres déjà inscrits. (Nous étudierons plus loin une conséquence spéciale de ce processus.)
Stade 3. Le produit 8 × 5 se termine par 0 et 0 ôté de 2 donne 2.

```
1 3 5 2 8  | 3 8
X 2 1        3 5
  X 2 2
```

A ce stade le reste est de 228. (Il s'agit de la quantité obtenue en soustrayant de 13 528 le produit 38 × 350.) Avant de chercher le dernier chiffre du diviseur et de déterminer un reste éventuel, rappelez-vous ce que nous avons dit de la révision des chiffres du quotient. En divisant par le premier chiffre du diviseur augmenté d'une unité, nous obtenons d'une façon rapide et automatique le chiffre à faire figurer dans le quotient, mais parfois ce chiffre sera trop faible d'une unité. En dépit de cet inconvénient, les opérateurs qui utilisent les bouliers adoptent avec joie ce système, car ils économisent plus de temps dans leur calcul du chiffre du dividende qu'ils n'en perdent à le corriger éventuellement. Le dernier chiffre du quotient nous fournira une éclatante démonstration de ce processus. Adoptons 5 comme résultat de la division de 22 par 4 et voyons si ce chiffre convient.

Stade 1. 3 × 5 donne un nombre entre 10 et 19. 1 ôté de 2 donne 1.

```
1 3 5 2 8  | 3 8
X 2 1        3 5 5
  X 2 2
    1
```

Stade 2. 3 × 5 se termine par 5. 8 × 5 donne un nombre entre 40 et 49. 4 + 5 = 9. Complément de 9 plus 2, et barrez le chiffre de gauche.

```
1 3 5 2 8  | 3 8
X 2 1        3 5 5
  X 2 2
    X 3
```

Stade 3. 8 × 5 se termine par 0. 0 ôté de 8 donne 8.

```
1 3 5 2 8  | 3 8
X 2 1        3 5 5
  X 2 2
    X 3 8
```

Le reste et le diviseur sont égaux. Il faut donc augmenter d'une unité le dernier chiffre du quotient. La division n'admettra pas de reste. Pour ce faire, soulignez le dernier 5, soit 3 5 5, qui se lit 3 5 6.

Vous voyez que la révision des chiffres du quotient est automatique. Examinons une autre opération : 54 747 : 63.

En 54 combien de fois 7 ? 7. Calculons le premier reste (opérez sur votre bloc).

Stade 1. 7 × 6 donne un nombre entre 40 et 49. 4 ôté de 5 donne 1.

Stade 2. Ce même produit se termine par 2. 3 × 7 donne un nombre compris entre 20 et 29. 2 + 2 = 4. Et 4 ôté de 4 donne 0. Il est sage d'inscrire ce 0 comme résultat d'une soustraction intermédiaire pour éviter toute confusion.

```
5 4 7 4 7  | 6 3
1 0        | 7
```

Stade 3. 3 × 7 se termine par 1. 1 ôté de 7 donne 6.

```
5 4 7 4 7  | 6 3
1 0 6      | 7
```

Sans doute avez-vous remarqué que votre reste est plus grand que votre diviseur. Votre chiffre du quotient doit être élevé d'une unité.

De toutes façons, vous vous seriez aperçu de cette erreur en cherchant à déterminer le chiffre suivant du quotient. (En abaissant mentalement le 4, vous auriez eu à diviser 1 064 par 63.)

Soulignez donc simplement ce chiffre du quotient qui est insuffisant. Ajustez le reste en soustrayant à votre reste actuel le diviseur et adoptez le nouveau reste ainsi déterminé.

```
5 4 7 4 7  | 6 3
1 0 6      | 7
X 4 3
```

Le 7 souligné se lit 8. En soustrayant 63 (le diviseur) de 106 (reste trop fort), nous obtenons 43 comme reste. Tout est en bon ordre, continuons donc.

Finissez vous-même la division. Elle tombe juste, mais un autre des chiffres du quotient aura besoin d'être ajusté. Ce petit exercice vous obligera pratiquement à utiliser toutes les techniques de la division rapide que nous venons de vous indiquer.

Vous devez trouver 7 6 8 qui se lit 869 ; vérifiez ensuite la marche de l'opération. Voici comment elle doit se présenter :

```
54747 | 63
106     768
 43
  66
   63
```

Ce chapitre est sans doute le plus difficile de notre ouvrage, car il fait appel à toutes les techniques. Relisez-le si nécessaire. Vérifiez bien que vous ne vous occupez que d'un ou deux chiffres à la fois, que vous travaillez de gauche à droite, que les retenues provenant des soustractions ou des multiplications sont enregistrées automatiquement.

Il ne nous reste qu'un cas très spécial à examiner et vous disposerez de toutes les connaissances nécessaires à l'exécution d'une division rapide.

Cas spécial : il vous arrivera d'avoir à barrer deux fois le chiffre de gauche. Nous avons déjà fait allusion à ce cas en vous indiquant que l'emploi d'un complément tant dans la soustraction que dans la multiplication exige cette correction du chiffre de gauche. Le cas d'ailleurs n'est pas très fréquent et n'entraîne aucune difficulté dans la façon de procéder.

Voici un exemple :

```
50542 | 74
```

Procédons stade par stade pour bien vous accoutumer à la

marche de la division.

En 50 (et non 505) combien de fois 8 (et non 74) ? 6. 6 est donc le premier chiffre du quotient. Calculez le reste : *Stade 1.* 7 × 6 donne un nombre entre 40 et 49. 4 ôté de 5 donne 1.

Stade 2. 7 × 6 se termine par 2. 4 × 6 donne un nombre compris entre 20 et 29. 2 + 2 = 4 ; 4 ôté de 0 (complément) donne 6 et barrez le chiffre à gauche.

Stade 3. 4 × 6 se termine par 4. 4 ôté de 5 donne 1.

La division se présente comme suit pour l'instant :

```
5 0 5 4 2 | 7 4
X 6 1     | 6
          .
```

En 61 combien de fois 8 = 7. C'est notre second chiffre du quotient. Calculons le reste.

Stade 1. 7 × 7 donne un nombre entre 40 et 49 ; 4 ôté de 6 donne 2.

```
5 0 5 4 2 | 7 4
X 6 1     | 6 7
  2
```

Stade 2. 7 × 7 se termine par 9. 4 × 7 donne un nombre entre 20 et 29. 9 + 2 (complément et barrez un chiffre à gauche) donne 1 ; 1 ôté de 1 donne 0.

```
5 0 5 4 2 | 7 4
X 6 1     | 6 7
  Z 0
```

Stade 3. 4 × 7 se termine par 8 et 8 ôté de 4 (complément et barrez un chiffre à gauche) donne 6.

Mais lorsque nous barrons un 0, il nous faut reporter et donc barrer aussi le chiffre placé à sa gauche. Le 2 en question

est déjà barré, nous le barrons une seconde fois. Ce 2 barré deux fois se lit 0 :

```
5 0 5 4 2  | 7 4
Ø 6 1        6 7
  Ø Ø 6
```

Comme vous le voyez dans ce cas, l'emploi d'un complément entraîne un report sous forme d'un chiffre barré, qu'il s'agisse d'une soustraction ou d'une multiplication.

Or, nous avons barré un 0, qui se lit dorénavant 9. Il nous a donc fallu barrer aussi un chiffre à sa gauche.

Poursuivons. En 96 combien de fois 8 ?

Immédiatement, vous déduisez qu'il vous faut augmenter d'une unité le chiffre précédent du quotient en le soulignant d'un trait. N'oubliez pas de soustraire de votre reste trop élevé le diviseur et, ayant ainsi obtenu un nouveau reste, vous pouvez poursuivre l'opération :

```
5 0 5 4 2  | 7 4
Ø 6 1
  Ø Ø 6
    2 2
```

74 ôté de 96 donne 22 et en abaissant mentalement un 0, notre reste est de 222.

A présent, le dernier chiffre du quotient ! En 22 combien de fois 8 ? 2. Sur votre bloc, multipliez et soustrayez simultanément pour voir si la division tombe juste.

Diviseurs de plusieurs chiffres

Le fait de diviser par un nombre de trois ou quatre chiffres rend-il l'opération plus compliquée ?

En fait, non. Cependant, il nous faudra répéter autant de fois qu'il le faudra le stade 2 de la multiplication sans retenue

afin d'obtenir une soustraction complète. Le maniement d'un diviseur de quatre ou de cinq chiffres n'est pas plus difficile que celui d'un diviseur de deux chiffres. Certes, l'opération sera un peu plus longue à effectuer.

Vous déterminerez chaque chiffre du quotient en appliquant la règle prescrite, c'est-à-dire en augmentant d'une unité le premier chiffre du diviseur. Si ce chiffre doit être révisé, vous le verrez automatiquement parce que le reste sera plus grand que le diviseur. Si vous ne vous en apercevez pas d'un coup d'œil, vous trouverez comme chiffre suivant du quotient un nombre de deux chiffres et vous ne pourrez plus continuer.

Parfois, mais le cas est rare, un des chiffres du quotient aura besoin d'être corrigé deux fois. Après l'avoir corrigé une fois et avoir calculé un nouveau reste, vous constaterez que ce reste est encore supérieur au diviseur. Soulignez une seconde fois le chiffre du quotient, déduisez de votre nouveau reste (encore trop fort) le diviseur et obtenez un reste sur lequel vous pourrez opérer.

Voici un cas vraiment extrême que vous pourrez aisément manier, mais il vous faudra élever cinq fois de suite le chiffre du quotient.

```
9 9 | 1 1
9 9   4
5 5   ≡
4 4
3 3
2 2
1 1
```

Cas absurde direz-vous ! C'est exact. L'exemple en question nous permet de vous prouver que le mécanisme de la division rapide corrige automatiquement les erreurs d'appréciation des chiffres du quotient que votre sens des nombres ne vous aurait pas permis de détecter. Vous avez divisé 9 par 2, soit 4 ; le reste est 55. En soulignant successivement une fois, deux fois, etc., et en soustrayant chaque fois le diviseur du

reste (55 − 11 = 44 ; 44 − 11, etc.), vous aboutirez à un dernier reste de 0. Si un chiffre du quotient se trouve corrigé plus de deux fois, marquez un temps d'arrêt, regardez votre opération et vous verrez que vous avez sans doute oublié quelque chose d'évident.

Un point mérite d'être examiné. Il s'agit du placement du produit obtenu lors de la multiplication du diviseur par le premier chiffre du quotient. Considérons la division

```
896 | 32
```

Le premier chiffre du quotient est un 2. Si vous appliquez brutalement les règles prescrites pour le mécanisme du calcul, vous êtes amené, au premier stade, à vous dire que 2 × 3 est un nombre compris entre 01 et 09, donc à ôter 0 de 8. Ce reste de 8 vous indiquerait tout de suite que le premier chiffre du quotient serait à élever plusieurs fois. En réalité, le premier chiffre du 06 de votre premier produit sera à soustraire d'un 0 fictif placé devant le 8.

En conséquence, quand vous avez à « voir » combien de fois le premier chiffre de votre diviseur est contenu dans le premier chiffre de votre dividende, négligez le processus habituel de la décomposition du produit en deux chiffres, celui des dizaines et celui des unités (en l'occurrence, nous avions 06) et procédez directement : 3 × 2 = 6 ôté de 8.

Cette division constitue un cas typique d'une double révision du dernier chiffre du quotient. Pour l'instant voici comment elle se présente :

```
896 | 32
25    2
```

En 25 combien de fois 4 ? Le second chiffre du quotient est un 6. Calculons le reste :

Stade 1. 6 × 3 est un nombre compris entre 10 et 19. 1 ôté de 2 donne 1.

Stade 2. 6 × 3 se termine par 8. 2 × 6 est un nombre entre

10 et 19. 8 + 1 donne 9. 9 ôté de 5 donne 4 avec emploi d'un complément et chiffre barré à gauche.

```
896 | 32
25    26
X 6
```

Stade 3. 2 × 6 se termine par 2 et 2 ôté 6 donne 4.

```
896 | 32
25    26
X 64
```

Un coup d'œil au reste vous montrera qu'il vaut deux fois le diviseur. (Vous souligneriez deux fois le 6 du quotient.) Si vous n'avez pas vu le rapport entre le reste et le diviseur, vous constateriez à tout le moins que votre reste est trop fort et vous soustrairiez 32 de 64, ce qui vous donnerait encore un reste trop fort, en l'occurrence 32. Vous souligneriez par conséquent une deuxième fois votre 6. Réponse 2$\underline{\underline{6}}$ qui se lit 28.

Attaquons à présent une division avec diviseur à cinq chiffres.

```
18926824 | 36182
```

Ce calcul est quelque peu fastidieux mais, sauf si nous nous contentons d'un résultat approché (voir chapitre suivant), il ne nous reste plus qu'à effectuer l'opération.

En 18 combien de fois 4 ? Réponse : 4. Tel est le premier chiffre de notre quotient ; calculons le reste.

Stade 1. 4 × 3 donne un nombre entre 10 et 19. 1 ôté de 1 donne 0.

Stade 2. 4 × 3 donne un nombre qui se termine par 2. 4 × 6 donne un nombre compris entre 20 et 29. 2 + 2 = 4. 4 ôté de 8 donne 4. (Avec de l'expérience, vous penserez 2... 2... 4.)

Stade 3. 4 × 6 se termine par 4. 1 × 5 donne un nombre

compris entre 01 et 09. 5 ôté de 9 donne 4.
Stade 4. 1 × 4 se termine par 4. 4 × 8 donne un nombre entre 30 et 39. 4 + 3 = 7. Et 2 ôté de 7 donne 5 (avec emploi d'un complément et en barrant un chiffre à gauche).
Stade 5. 8 × 4 se termine par 2. 2 × 4 donne un nombre compris entre 01 et 09. 2 ôté de 6 donne 4.
Stade 6. 2 × 4 se termine par 8. 8 − 8 = 0.

Voici comment se présente l'opération jusqu'à présent :

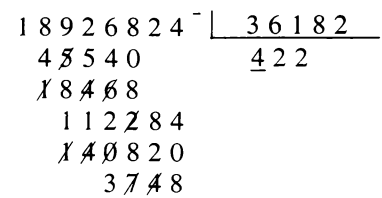
1 8 9 2 6 8 2 4	3 6 1 8 2
4 ~~5~~ 5 4 0	4

Examinons le reste. Il est plus grand que le diviseur. Soulignez le 4 (il deviendra 5). De 44 540 ôtez 36 182 (le diviseur) en opérant de gauche à droite et en barrant le chiffre à gauche le cas échéant. Le nouveau reste ~~1~~ 8 ~~4~~ ~~6~~ 8 étant plus petit que le diviseur, nous poursuivons. Second chiffre du quotient 8 : 4 donne 2. Calculons le reste.
Stade 1. 2 × 3 donne un nombre entre 01 et 09. N'en tenez pas compte puisque nous n'avons pris qu'un chiffre comme diviseur.
Stade 2. 3 × 2 se termine par 6. 6 × 2 donne un nombre entre 10 et 19. 1 + 6 = 7. 7 ôté de 8 donne 1.
Stade 3. 6 × 2 se termine par 2. 1 × 2 donne un nombre entre 01 et 09. 0 + 2 = 2. 2 ôté de 3 donne 1.
Stade 4. 1 × 2 se termine par 2. 8 × 2 donne un nombre entre 10 et 19. 2 + 1 = 3. 3 ôté de 5 donne 2.
Stade 5. 8 × 2 se termine par 6. 2 × 2 donne un nombre entre 01 et 09. 6 + 0 = 6. 6 ôté de 8 donne 2.
Stade 6. 2 × 2 se termine par 4. 4 ôté de 2 donne 8 (avec complément et un chiffre barré à gauche).

Comparez vos calculs et l'état actuel de la division.

1 8 9 2 6 8 2 4	3 6 1 8 2
4 ~~5~~ 5 4 0	4 2
~~1~~ 8 ~~4~~ ~~6~~ 8	
1 1 2 ~~7~~ 8	

Poursuivez tout seul le calcul. Vous trouverez un reste. Prenez soin de l'examiner attentivement. Ce reste (vous vous en êtes certainement aperçu) implique la révision du dernier chiffre du quotient.



Quotient 523, reste 3 638.

La division des nombres décimaux

Nous partons de l'hypothèse que vous savez opérer des divisions impliquant la présence de nombres décimaux au dividende et au diviseur. Comme dans la division classique, il y a simplement lieu de transformer le diviseur en nombre entier en le multipliant par 10, 100, 1 000, etc., selon le nombre de chiffres figurant à droite de la virgule et de multiplier de même le dividende.

S'il subsiste des décimales au dividence une fois le diviseur rendu entier, il y aura lieu de placer une virgule au quotient lorsque vous en arriverez à abaisser le premier chiffre à droite de la virgule. Le reste du mécanisme de la division rapide s'applique à la division une fois le diviseur rendu entier.

9. Pour accroître la vitesse de la division

Les divisions que nous avons à effectuer sont rarement aussi complexes que celle que nous avons faite et qui impliquait un diviseur de cinq chiffres. De surcroît, nous l'avons poussée jusqu'à son terme pour en obtenir un quotient exact jusqu'à son dernier chiffre. Nous aurions pu obtenir le même résultat en réduisant ce diviseur de cinq chiffres à un diviseur de trois chiffres.

N'oubliez pas qu'en opérant de gauche à droite, vous effectuez un travail plus naturel et qui permet d'obtenir à tout moment une valeur approchée du résultat. Reportez-vous à la division de 189 268 par 362, et comparez le schéma de l'ensemble de la division avec le schéma que nous donnons ci-après.

```
1 8 9 2 6 8  | 3 6 2
 4 5 4       | 4 2 2
   1 8 2
     1 0 2
       1 3 0 4
```

Voici la réponse : 4 2 2 dans le cas où trois chiffres significatifs nous suffisent. Il s'agit de la même division, mais effec-

tuée de façon à arrondir les chiffres du quotient. D'entrée de jeu, nous avons simplifié l'opération à effectuer :

1. En arrondissant le diviseur, car nous savions que notre quotient ne comporterait que trois chiffres : 36 182 devient donc 362, car le chiffre suivant serait peut-être supérieur à 5 ;
2. Nous avons laissé tomber deux chiffres au diviseur, nous en faisons autant du dividende. Se contenter d'arrondir ainsi le diviseur et le dividende nous permet d'effectuer une opération plus simple et plus rapide et, en règle générale, toutes proportions gardées, le résultat obtenu est suffisamment précis. Certes, le dernier chiffre du quotient de la division simplifiée peut être différent d'une unité du chiffre de rang équivalent de la division complète, mais la règle à calcul ne nous donnerait pas un résultat plus précis. S'il vous suffit de deux chiffres significatifs au résultat, arrondissez le diviseur et n'y conservez que deux chiffres. Corrigez le dividende en conséquence en y supprimant autant de chiffres que vous en avez supprimés au diviseur. Dans ce cas précis, nous remplacerions 36 182 par 36, et comme dividende nous emploierions 18 937. L'opération deviendrait :

```
18927 | 36
 45   | 425
 ✗9
  20
  ✗29
```

Le troisième chiffre du quotient n'est plus significatif, mais les deux premiers le sont. Vous aurez rarement à simplifier une division de la sorte car l'erreur relative de ce résultat peut être de 10 à 20 pour cent ; ce système n'en est pas moins bon à connaître pour le cas où la vitesse de l'opération serait plus importante que la précision du résultat. Procédez donc de la sorte dans le cas de la division suivante pour être sûr que vous avez bien compris la marche à suivre.

```
268595471 | 68393
```

(En fait d'erreur nous avons déjà indiqué que si un résultat de trois chiffres est juste à une unité près, l'erreur relative est inférieure à 1/100 et elle peut même tendre vers 1/1 000 lorsque ce chiffre croît et tend vers 1 000 : 998.)

Voici comment se présentera votre opération simplifiée.

2 6 8 5 9 5 5 | 6 8 4

En premier lieu, nous avons arrondi à l'unité supérieure le dernier chiffre du diviseur choisi (et de même pour celui du nouveau dividende) parce que dans le nombre initial ce chiffre était suivi par un chiffre plus grand que 5. En second lieu, nous avons supprimé autant de chiffres au diviseur qu'au dividende. Ces brèves indications vous suffiront pour pouvoir calculer la valeur approchée du résultat d'une division.

Dans les chapitres suivants, nous étudierons diverses méthodes de simplification applicables à la multiplication et à la division.

Il est maintenant temps de revoir quelques notions fondamentales de vocabulaire. La division n'est en fait qu'une multiplication inversée. Nous avons appris à calculer automatiquement le produit 6 × 7 et à « voir » 42. Pour la division il nous faut, face au nombre 42, « voir » que 42 : 7 donne 6 ou que 42 : 6 donne 7. Pour acquérir cette gymnastique de l'esprit, le meilleur moyen consiste à faire de nombreux exercices. Voyez donc d'un seul coup d'œil les résultats des divisions suivantes :

3 : 3	32 : 8	48 : 8	14 : 7
42 : 6	72 : 9	21 : 3	20 : 5
81 : 9	16 : 2	9 : 9	4 : 1
6 : 6	9 : 3	40 : 4	8 : 4
49 : 7	5 : 1	27 : 9	9 : 1
72 : 8	30 : 6	24 : 4	4 : 2
6 : 2	2 : 1	10 : 2	63 : 7
35 : 7	16 : 8	18 : 6	10 : 5
24 : 3	4 : 4	32 : 4	8 : 1
16 : 4	6 : 1	45 : 5	45 : 9

Cette gymnastique mentale ne nous est guère familière, du moins le plus souvent. La rapidité de la division exige que nous connaissions en quelque sorte notre table de division aussi parfaitement que nous connaissons celle de la multiplication. La confiance que vous avez dans vos calculs et la rapidité avec laquelle vous pourrez les effectuer dépend uniquement de votre parfaite connaissance des groupes de deux chiffres comme résultat d'un produit d'un chiffre par un autre. Perfectionnez-vous en vous entraînant sur les autres combinaisons énumérées ci-après :

24 : 8	18 : 9	56 : 8	30 : 5
8 : 2	15 : 3	12 : 4	18 : 2
63 : 9	8 : 8	14 : 2	21 : 7
3 : 1	36 : 6	40 : 8	36 : 9
35 : 5	28 : 4	5 : 5	20 : 4
42 : 7	18 : 6	28 : 7	54 : 6
36 : 4	64 : 8	6 : 3	12 : 3
25 : 5	15 : 5	48 : 6	54 : 9
18 : 3	7 : 7	2 : 2	12 : 2
24 : 6	56 : 7	7 : 1	27 : 3

Vous avez là la série entière. Il n'existe pas d'autre combinaison. Par rapport aux autres opérations, la division présente une différence essentielle. Dans le cas de l'addition, le résultat est toujours exact : 9 plus 6 donne 15, que vous passiez par la méthode habituelle ou que vous vous serviez des compléments et de notre méthode d'enregistrement de la dizaine supplémentaire. La soustraction donne également un résultat exact et il en est de même de la multiplication.

La division, quant à elle, ne tombe pas toujours juste. Si vous avez à effectuer 31 : 8, vous vous direz mentalement : il y va un peu moins de quatre fois mais plus de trois fois. En poussant la division, vous obtenez 3,875, proche de 4, bien sûr.

En réalité notre façon d'écrire les nombres nous amène à écrire : 3 plus des décimales et non 4 moins des décimales.

Or, nous avons vu dans la division qu'il y avait lieu de chercher très rapidement le chiffre du quotient. La technique qui consiste à augmenter d'une unité le chiffre du diviseur que nous utilisons résout en partie cette difficulté.

Cependant nous devons aussi former notre esprit de telle sorte que, d'un coup d'œil, nous puissions « voir » que le premier chiffre du quotient de la division 47 : 8 sera un 5, bien qu'en réalité 6 constituerait un résultat plus proche. Voici quelques exercices à effectuer à titre d'entraînement et qui accéléreront le rythme de vos calculs en matière de division. Travaillez sur les opérations suivantes en cherchant uniquement à déterminer le premier chiffre du quotient, par exemple 3, sans vous soucier du reste.

59 : 6	15 : 8	29 : 6	8 : 3	15 : 2
71 : 9	31 : 8	15 : 4	23 : 3	34 : 7
5 : 2	71 : 8	48 : 7	5 : 6	80 : 9
41 : 6	2 : 3	44 : 9	9 : 5	62 : 7
3 : 2	7 : 4	19 : 5	13 : 7	44 : 5
31 : 4	17 : 6	9 : 2	23 : 4	26 : 9
39 : 4	20 : 3	47 : 8	55 : 7	14 : 5
63 : 8	79 : 8	27 : 4	35 : 6	14 : 3

Le groupe de combinaisons du tableau précédent représente la moitié des combinaisons possibles. Peut-être avez-vous entrevu la signification des exercices que vous venez d'effectuer. Si nous augmentions chacun de ces dividendes d'une unité, compte tenu du diviseur, nous aurions un résultat entier, autrement dit au quotient un chiffre d'une unité supérieure à celui que nous devons choisir. Ainsi 14 : 3 donne presque 5, mais nous devons adopter 4. Ces dividendes constituent des seuils au-delà desquels, lorsque nous les augmentons d'une unité, le chiffre du quotient change. Pourquoi ce genre d'exercice mental ? Parce que si vous voyez automatiquement 8 comme réponse à la division 71 : 8, vous serez également amené automatiquement à répondre mentalement

70 : 8 égale 8. Poursuivez cet exercice sur les autres combinaisons, voisines du seuil du changement de chiffre du quotient.

17 : 9	23 : 6	17 : 3	24 : 5	35 : 4
41 : 7	**34 : 5**	62 : 9	7 : 2	23 : 8
26 : 3	11 : 2	53 : 9	11 : 3	53 : 6
19 : 4	35 : 9	20 : 7	17 : 2	89 : 9
47 : 6	5 : 3	69 : 7	49 : 5	**35 : 9**
29 : 3	19 : 2	29 : 5	27 : 6	27 : 7
39 : 8	13 : 2	11 : 4	39 : 4	39 : 5

Nous avons à présent épuisé toutes les possibilités. Les exercices que vous venez de faire sont très différents de ceux qui figurent dans le reste de l'ouvrage, parce qu'ils vous amènent à fournir des réponses que vous savez assez éloignées des résultats réels, et auxquelles il faudra par la suite ajouter quelque chose. Cependant, le processus de la division nous impose de tels choix, et nous devons parvenir à un certain automatisme dans les choix en question.

Ayant ainsi opéré avec des diviseurs de un chiffre, poursuivez votre entraînement avec des diviseurs de plusieurs chiffres, en ayant bien soin de ne chercher que le premier chiffre du quotient en adoptant le premier chiffre du diviseur augmenté d'une unité.

498	67	918	24
368215	862	111	46
4863	93	64162	3486
3649	74	3524	62
521893	555		

L'ensemble de ces groupes constitue ce que nous pourrions appeler le vocabulaire de base de la division rapide. En asso-

ciant leur emploi aux procédés rapides de l'addition, de la soustraction et de la multiplication sans retenue, effectuées de gauche à droite, vous pourrez accroître considérablement votre vitesse de calcul en matière de division. Vérifiez l'état de vos connaissances en effectuant la division suivante.

$$24776 \mid 652$$

A l'aide de votre bloc, cachez le schéma de la division que nous donnons ci-dessous. Cette division tombe juste ; par conséquent, une fois votre résultat obtenu, vous saurez s'il est juste ou non. Comparez ensuite votre travail et le schéma.

$$\begin{array}{ll} 24776 & \mid 652 \\ \not{1}521 & \quad 37 \\ \quad \not{1}752 & \end{array}$$

Pour accélérer vos calculs dans le cas de divisions de ce genre, nous vous conseillons de gribouiller vos calculs intermédiaires sur la première feuille de papier qui vous tombe sous la main. Il n'est pas indispensable que vous transcriviez toutes les phases du calcul quoique, tant que vous n'êtes pas bien entraîné, il soit sans doute préférable que vous calculiez par écrit.

Si vous avez bien assimilé toutes les techniques intéressées, vous devez pouvoir effectuer aisément l'opération suivante. Nous ne vous conseillons pas d'effectuer cet exercice de tête. Certaines personnes seraient capables de calculer le résultat mentalement, mais il est préférable, au stade actuel, que vous transcriviez vos chiffres intermédiaires, ou du moins que vous les jetiez sur un papier tout en conservant un œil sur la donnée.

$$40158 \mid 46$$

Voyez si vous pouvez effectuer l'opération en vous contentant de noter sur votre bloc quelques chiffres intermédiaires et le résultat. Certes, cette technique qui ne vous est pas familière

vous semblera difficile au début, mais par la suite elle vous permettra d'économiser beaucoup de temps dans vos calculs.

Une fois le travail effectué, comparez les chiffres notés et ceux que nous indiquons.

Réponse : 8 6 2 Chiffres intermédiaires :

~~4~~ 3
1 ~~6~~ 9
1 3
~~4~~ 6

Essayez d'effectuer cette division simple sans disposer tous vos calculs sous forme de division. Voyez si vous pouvez vous contenter de transcrire le résultat et quelques chiffres intermédiaires.

2436 | 7

Cachez la réponse que nous vous donnons ci-dessous le temps d'effectuer l'opération. Voici la solution :

Réponse : 3 4 8 Chiffres intermédiaires : 3
~~4~~ 5

Vous avez étudié toutes les combinaisons possibles ; avant de passer aux chapitres traitant des simplifications possibles, effectuez quelques divisions pour parachever votre entraînement. Si vous êtes capable de résoudre ces divisions sans les poser, ne consignez sur votre bloc que les résultats et les chiffres intermédiaires.

5080 | 8 925 | 37

3128 | 46 14688 | 34

39762 | 58 8883 | 9

2616 | 6 3726 | 69

67350 | 75

Si vous avez réussi à effectuer ces opérations en toute confiance, les autres divisions, quelle que soit la longueur du diviseur (ou celle du dividende), ne sauraient offrir de difficulté.

A titre d'exercice, voici des divisions avec trois chiffres au diviseur. Opérez comme précédemment, sans poser la division et en vous contentant de noter sur votre bloc les résultats et les chiffres intermédiaires.

218376 | 674 373464 | 468

125136 | 198 185814 | 837

Ces divisions tombent juste, ce qui vous fournira déjà un moyen de vérifier vos opérations avant de consulter les résultats. Si vous trouvez un reste, refaites l'opération immédiatement.

5080 | 8 925 | 37
12 635 28 25
4

3128 | 46 14688 | 34
146 67 144 321
146 10
140
16
34

39762 | 58 8883 | 9
38 683 7 987
23 6
168

2616 | 6 3726 | 69
2 436 37 53
13 179

67350 | 75
~~7~~3 | 897
~~6~~0
~~8~~5

218376 | 674
~~1~~61 | 323
~~7~~9
~~6~~74

373464 | 468
~~5~~68 | 797
~~4~~74
~~5~~78

125136 | 198
~~1~~~~7~~3 | 632
~~4~~9

185814 | 837
~~8~~4 | 221
~~7~~7
~~4~~7

10. Exactitude: une vérification rapide

En arithmétique, obtenir un résultat rapide ne permet pas toujours de considérer le calcul comme terminé. Consigner un résultat faux peut être plus désastreux que de laisser l'opération sans solution.

Il existe deux méthodes qui permettent une rapide vérification des résultats obtenus. Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à la plus rapide des deux. Dans le chapitre suivant, nous étudierons une deuxième méthode pour faire la preuve, une contre-preuve légèrement plus longue à établir. Ces deux vérifications sont néanmoins bien plus rapides à effectuer que de refaire l'opération selon la méthode classique.

La méthode classique de vérification d'un résultat est certes efficace mais exige beaucoup de temps ; en fait on recommence les calculs, et la vérification est aussi longue que l'opération proprement dite. Nous entendons par méthode classique le processus qui consiste tout simplement à reprendre l'opération et à l'effectuer une seconde fois, mais à l'envers. Ainsi pour une addition effectuée de haut en bas, vous refaites l'addition, mais de bas en haut. Ce processus permet de répéter une erreur que nous aurions commise en ajoutant deux chiffres et que nous referions peut-être en répétant cette opération. Dans le cas de la soustraction, la vérification consiste

à ajouter au résultat le nombre le plus petit et à vérifier si nous obtenons ainsi le plus grand des deux nombres. Dans le cas de la multiplication, nous inversons le multiplicande et le multiplicateur et nous procédons à une nouvelle multiplication ; ainsi pour 897 × 123, nous effectuons l'opération 123 × 897. Dans le cas de la division, nous vérifions notre résultat en multipliant le diviseur par le quotient (en ajoutant le reste le cas échéant) et nous vérifions si le résultat nous donne le dividende.

Cette méthode de vérification rétrograde comporte deux faiblesses sérieuses.

Pour commencer, le processus est lent et ennuyeux. Notre but est de calculer le plus rapidement possible mais avec précision et sans que le calcul devienne fastidieux.

Second inconvénient : ce processus ne constitue pas une preuve en soi. Si notre vérification nous fournit le même résultat, nous admettons que notre première réponse était juste. Cependant, la personne qui commet une faute et qui, par exemple, pense $4 \times 7 = 32$, peut renouveler son erreur, ce qui entache alors le résultat de sa vérification. Ces fautes de calcul sont d'ailleurs courantes. De plus, si la vérification nous fournit une nouvelle réponse, nous sommes dans l'incapacité de savoir quel est le bon résultat, celui de l'opération ou celui de la vérification. Il faut alors refaire l'opération une troisième fois.

Les deux méthodes de vérification d'une opération que vous allez étudier à présent sont très similaires. Certes, elles ne sont pas nouvelles, mais dans leur mécanisme nous introduisons des simplifications qui ne sont pas habituelles. La première est connue sous le nom de « preuve par 9 », la seconde sous celui de « preuve par 11 ». Dans l'un et l'autre cas, le calcul met en jeu des chiffres et des opérations intermédiaires différents de ceux que vous avez fait intervenir dans la solution de l'opération proprement dite, ce qui élimine un certain nombre de possibilités d'erreur. Cependant le mécanisme proprement dit de ces deux systèmes de preuve est très différent. En fait, il s'agit dans chacun de ces deux cas de vérifier si le

reste de la division par 9 ou de la division par 11 des nombres mis en jeu demeure constant tout au long de vos calculs. Nous nous pencherons plus complètement sur ce processus dans le chapitre suivant. Commencez donc par vous familiariser avec l'emploi de la preuve par 9, qui découle de l'addition des chiffres figurant dans les nombres intéressés par votre opération.

Somme des chiffres

Comme son nom l'indique, la somme des chiffres résulte de l'addition de tous les chiffres figurant dans le nombre intéressé. Cette somme entrera en jeu dans la vérification du résultat.

Compte tenu de la définition, dans le cas du nombre 23 la somme des chiffres est 5.

Dans le nombre 341, la somme des chiffres est 3 plus 4 plus 1, soit 8.

Abordons une petite difficulté : le nombre qui nous sert de vérificateur doit toujours être composé d'un seul chiffre ; or il arrive dans certains grands nombres à plusieurs chiffres que la somme des chiffres soit supérieure à 10.

Dans ce cas, nous utilisons le chiffre représentant la somme des chiffres de notre somme des chiffres contenus dans le nombre intéressé.

Voici un exemple. Soit le nombre 587 : 5 plus 8 nous donne déjà 13 (un nombre de deux chiffres). En ajoutant 7, nous obtenons 20.

En faisant l'addition 2 plus 0 = 2, on peut réduire cette somme au chiffre 2. Cette réduction peut se faire au fur et à mesure de l'opération, comme suit : 5 plus 8 = 13, soit 4. 4 plus 7 = 11, soit 1 plus 1 = 2.

Cette particularité de la somme des chiffres ne vous donne qu'un petit avant-goût de ce qui va suivre. Terminons-en avec cette notion avant de poursuivre. Faites la somme des chiffres du nombre 6 934 et, compte tenu de la réponse,

additionnez les chiffres de cette réponse jusqu'à obtenir un résultat composé d'un seul chiffre. Recommencez, mais en réduisant cette fois à un chiffre au fur et à mesure de vos additions et voyez si vous obtenez le même résultat.
Méthode 1 : 6 plus 9 plus 3 plus 4 = 22 ; 2 plus 2 = 4.
Méthode 2 : 6 plus 9 = 15, soit 6. 6 plus 3 = 9, 9 plus 4 = 13 et 1 plus 3 = 4. Le résultat est donc le même.

Cependant, il existe une troisième méthode : elle consiste à supprimer les neuf. Ce système provient d'une propriété de la somme des chiffres et constitue un fascinant raccourci dans le mystérieux calcul des nombres.

Lorsqu'on divise un nombre quelconque par neuf, le reste de cette division est représenté par un chiffre. Ce chiffre est identique à celui que l'on obtient en faisant la somme du nombre des chiffres intéressés et en réduisant cette somme par additions successives des chiffres de ces sommes intermédiaires jusqu'à obtenir un seul chiffre.

En d'autres termes, la somme des chiffres de tout nombre divisé par neuf est égale à neuf après réduction. La démonstration par l'algèbre de ce principe déborde le cadre de cet ouvrage, mais vous pourriez vous amuser à la faire.

Prenons un quelconque des exemples que nous avons abordés. Nous avons vu que la somme des chiffres de 587 pouvait se réduire à 2. Divisons 587 par 9, on obtient 65 et un reste de 2.

Dans le cas de notre dernier exemple : 6 934, nous trouvions une somme des chiffres réduite à 4. Divisez 6 934 par 9. Vous obtenez 770 et un reste de 4.

La somme des chiffres d'un nombre après réduction est égale au reste de la division par 9 de ce nombre. Ce point est important non seulement en ce qui concerne la somme des chiffres après réduction, mais pour bien comprendre le mécanisme de notre système de vérification grâce à des chiffres. Dans le chapitre suivant, nous évoquerons une explication plus complète de ce processus.

Le fait que la somme des chiffres après réduction et le reste de la division par neuf donnent des chiffres identiques

nous permet de déduire deux points particuliers très utiles :
1) Dans la somme des chiffres, pour des raisons pratiques, par convention 9 devient 0.
2) Le chiffre 9 compte pour 0 dans la somme des chiffres.

Cette particularité nous permettra de simplifier grandement nos additions dans le calcul de la réduction de la somme des chiffres d'un nombre. En opérant, comptez les neuf pour zéro.

Faites quelques exercices pour vérifier vous-même que les neuf peuvent être supprimés. Certes, il faut s'habituer à cette notion.

Soit à ajouter les chiffres de 19. Le total fait 10. La somme des chiffres à retenir est donc 1. En considérant le nombre 19 et en ignorant le 9, on obtient 1.

Essayons avec 29. 2 plus 9 = 11, 1 plus 1 = 2. Considérez le nombre 29 en ignorant le 9 et vous ne verrez plus que 2.

A présent, essayez donc de trouver un nombre quelconque de deux chiffres, dont un neuf, pour lequel la somme des chiffres après réduction soit différente du chiffre restant si vous ignorez le neuf. Cette quête assez curieuse sera vaine. 95 a pour somme de ses chiffres 14, soit 5 après réduction. De même 89 a pour somme de ses chiffres 17, soit 8 après réduction. 93 a pour somme de ses chiffres 12, soit 3 après réduction.

Poursuivez en effectuant le même exercice sur des nombres quelconques contenant un certain nombre de neuf et un certain nombre d'autres chiffres. Vérifiez vous-même ce curieux principe qui permet de supprimer les neuf lors de la réduction de ces nombres de façon à obtenir un chiffre représentant la somme de tous les chiffres :

1999	9949	969
399	9299	99989

Il s'agit là d'un étrange phénomène, qui a en outre l'avantage d'être très utile.

Pour trouver le chiffre représentatif de la somme des chiffres d'un nombre, il vous suffit d'additionner en sautant les 9. Le résultat ne s'en trouvera pas modifié. La somme des chiffres de 99999999999997 sera donc 7.

Peut-être vous êtes-vous posé une question : deux chiffres dont le total fait 9 se comportent-ils de la même façon lorsqu'on les groupe ? Si la présence d'un 9 ne modifie pas la somme des chiffres, la combinaison 3 + 6 la modifie-t-elle ? Vérifiez ce point. Calculez la somme des chiffres après réduction du nombre 361. Effectuez l'opération par écrit, puis considérez le groupe 3 plus 6 comme faisant 9 et remplacez-le par 0. La somme des chiffres sera représentée par 1. De même, vous verrez automatiquement 1 si vous considérez que l'ensemble 3 plus 6 = 9 fait 0.

En conclusion, le chiffre 9 n'affectant pas la somme des chiffres d'un nombre, on peut tenir pour nulle toute somme de 2 ou de plusieurs chiffres dont le total est 9, ainsi évidemment que les 9.

Vérifiez ce processus dans les nombres suivants.

145	727	463	273
254	381	574	186

Dans chaque cas vous verrez que le chiffre obtenu en effectuant la somme des chiffres contenus dans le nombre et en réduisant le résultat à un seul chiffre par addition successive est identique au chiffre obtenu en considérant comme nuls tous les 9 et toute addition de deux ou plusieurs chiffres dont le total serait 9, ceci quel que soit l'emplacement de ces chiffres dans le nombre.

De même les 0 ne modifient pas le total ; vous pouvez donc ignorer leur existence lorsque, par addition, vous recherchez la valeur de la somme des chiffres d'un nombre.

Dans ce processus le 0 et le 9 ont tous deux la même valeur. Cette propriété ne s'applique évidemment qu'à ce genre de calcul. Dans la recherche de la somme des chiffres d'un nombre, le fait de supprimer les 9 et toute combinaison

de chiffres dont la somme fait 9 ne modifiera pas le résultat et constituera une simplification. Avant de nous pencher sur la manière dont il faut employer les chiffres obtenus de la sorte pour vérifier le résultat d'une opération, calculez donc la somme des chiffres des nombres qui suivent :

16 428	32 718 643
73 619	84 600 372
24 583	26 738 514

Remarquez que dans un des exemples ci-dessus, on obtient 9 comme total. Ce 9 peut être remplacé par un 0, ceci uniquement dans le processus qui nous intéresse en la circonstance.

Simplification en cours d'opération

Pour procéder à l'addition des chiffres d'un nombre, on peut employer d'autres simplifications. De même que vous pouvez ignorer les 9 ou toute somme de chiffres qui fait 9 (324, par exemple), il vous est loisible de considérer que toute combinaison de plusieurs chiffres qui fait 10 peut être remplacée par un 1 et que tout groupe de deux chiffres dont le total fait 8 implique la soustraction d'une unité au nombre que vous avez déjà en tête.

Revoyez le premier exemple. Votre calcul sera plus rapide si vous comptez comme suit : 1 (6 + 4 étant complémentaires font 1), 2 (2 + 8 font 10 comptez 1), 3.

Pour le dernier de ces exemples, nous vous suggérons de commencer l'addition comme suit : (2 et 6 font 8, soit − 1) ôté de 7, ce qui donne 6 et plus 3 soit 9, ou 0. (8 soit − 1) ôté de 5 soit 4, et 5 (groupez 1 et 4) ce qui donne 9 ou 0. La somme après réduction des chiffres de ce nombre est donc 0.

J'ai l'impression que vous êtes sur le point de parvenir à calculer la somme après réduction des chiffres d'un nombre presque aussi rapidement que vous savez lire ce nombre. Répé-

tons : il suffit d'ajouter jusqu'à obtenir 9, puis de repartir de 0, ceci sans même vous intéresser au chiffre 9 si vous le rencontrez. Pour effectuer rapidement cette addition, faites appel à toutes les combinaisons de deux chiffres que vous avez appris à manier.

A présent, essayez avec le nombre suivant :

869 325 008 462 118

Comme vous le voyez, ce calcul s'effectue rapidement : 1 ôté de 6 = 5. Oubliez le 9, plus 5 (3 + 2) égale 10 donc 1. Plus 5 égale 6, oubliez les 0. Moins 1 égale 5. Plus 1 (4 + 6) égale 6, plus 4 (le 2 plus 1 plus 1) égale 1 (à la place de 10) moins 1 (pour le 8 final) égale 0.

Avec un peu de pratique, vous arriverez à « balayer » le nombre et à déterminer le chiffre à prendre comme somme. Vous laisserez tomber toutes les paires dont le total fait 9 et vous ajouterez 1 pour tout groupe de deux nombres complémentaires ou retrancherez 1 pour tout groupe de nombres dont le total fait 8. A un stade ultérieur vous parviendrez à combiner les chiffres par groupes totalisant 7 et à remplacer ces groupes par − 2, processus valable également pour le 7. En progressant encore, vous verrez qu'un groupe de trois chiffres comme 485 se muera en − 1, parce que 4 + 5 = 9 et 8 = − 1.

La preuve et la vérification d'un résultat

Obtenir la somme des chiffres d'un nombre est certes fascinant, mais l'opération a un but utilitaire : elle permet d'effectuer une vérification rapide d'un calcul. Voici la règle à appliquer : effectuez la somme des chiffres des nombres impliqués dans votre opération et ceci quel que soit le mécanisme de l'opération. Si la réponse est juste, le chiffre ainsi trouvé sera égal à celui de la somme des chiffres du résultat.

Si votre addition se présente sous la forme de colonnes de

chiffres, ajoutez les chiffres obtenus en faisant la somme des chiffres de chaque nombre de votre addition. Le chiffre obtenu (toujours après réduction des additions à un seul chiffre) doit être égal à la somme après réduction des chiffres du résultat. Dans le cas de la multiplication d'un nombre par un autre nombre, il y a lieu de multiplier l'un par l'autre les chiffres représentant la somme des chiffres du multiplicateur et la somme des chiffres du multiplicande. Ce produit après réduction doit être égal au chiffre représentatif du résultat.

Dans le chapitre suivant, nous étudierons le processus de la preuve par 9 dans la multiplication.

Commençons par étudier le mécanisme de la preuve par 9 dans l'addition, la soustraction et la multiplication. Voici une addition ; suivez la décomposition du calcul de la preuve :

Opération	*Preuve*
1 4 6	2
9 2 8	1
3 5 7	6
Total : 1 4 3 1	0

Somme des chiffres de la réponse : 0.

Dans ce cas précis, l'addition des chiffres représentatifs des sommes des chiffres de chaque nombre est égale à celle des chiffres du résultat. Vérifiez.

Lorsque vous serez suffisamment entraîné à réduire ainsi à un chiffre la somme des chiffres d'un nombre, vous pourrez vérifier la justesse d'un résultat dans le temps qu'il vous faut pour lire les nombres intéressés par l'opération. Particularité de l'addition, du fait que cette opération constitue la somme des nombres figurant dans l'addition, vous pouvez évaluer d'un seul coup la somme de tous les chiffres de chacun d'eux. Autrement dit au lieu de calculer un chiffre pour chaque nombre, un seul calcul vous permet d'obtenir un chiffre pour l'ensemble de ces nombres. L'addition présentée ci-dessus comporte trois nombres et l'obtention des chiffres représentatifs de la somme de tous les chiffres équivaut à obtenir le

chiffre représentatif de 146 928 357. Essayez et vous verrez que ce chiffre est un 0.

Abordons une opération plus longue. Pour plus de clarté, nous avons placé devant chaque ligne le chiffre correspondant au nombre figurant sur cette ligne. Il n'est pas indispensable que vous procédiez de la sorte. Vous pouvez effectuer le calcul en prenant les trois nombres l'un après l'autre pour aboutir à un seul chiffre, en l'occurrence un 3.

	Opération	*Preuve*
	6 8 3 5 2	6
	9 7 8 3 4	4
	3 5 8 7 6	2
Total :	2 0 2 0 6 2	3

Somme des chiffres de la réponse : 3.

A présent, effectuez les opérations suivantes et faites la preuve en utilisant le processus de la somme des chiffres. Travaillez de gauche à droite en vous servant des compléments et en enregistrant les dizaines.

1 8	7 3	4 8 3 2
2 6	8 2	4 6 8 9
5 4	6 5	2 2 3 4
9 3	2 0	5 3 6 7
2 1	3 7	

A l'aide de votre bloc, cachez les résultats et les preuves correspondant à chaque opération jusqu'à ce que vous ayez fini. A présent, voici les résultats, avec pour chacun le chiffre représentant la somme de ses chiffres après réduction.

2 1 2 (5) 2 7 7 (7) 1 7 1 2 2 (4)

Repérage des erreurs

Le processus de la preuve par 9, c'est-à-dire de la somme des

chiffres d'un nombre, ne permet pas toujours de déceler une erreur de calcul. Ces causes d'erreur sont si improbables que l'on peut pratiquement les négliger ; toutefois, il est bon que vous en connaissiez l'éventualité.

Le procédé permettant de remplacer 9 par 0, il est évident que la preuve ne vous suffira pas pour déceler l'erreur qui consisterait à porter un 9 à la place d'un 0 ou inversement. Si, dans votre résultat, deux chiffres justes se trouvent inversés (36 au lieu de 63, par exemple), la preuve par 9 ne décèlera pas cet autre type d'erreur. De même, si l'erreur (que celle-ci porte sur un chiffre ou sur un ensemble de chiffres) est de 9, en plus ou en moins, la preuve par 9 vous donnera le même résultat que si cette erreur n'existait pas.

Cependant, des années d'emploi de la preuve par 9 ont prouvé que ce genre d'erreur indécelable est extrêmement rare. Compte tenu de nos nécessités, la preuve par 9 est suffisamment précise, et d'un emploi bien plus sûr que le procédé qui consisterait à recommencer l'opération. La preuve par 9 vous permettra non seulement de savoir si votre résultat est juste ou faux mais, dans ce second cas, de connaître *de combien il est faux*. Supposez que la somme des chiffres de votre résultat soit 4 alors qu'elle devrait être 7 ; vous pouvez pratiquement en déduire qu'un chiffre de votre résultat est trop faible de 3 unités. Certes, vous ne savez pas quel est le chiffre erroné, mais l'indication que vous possédez facilitera son repérage.

La vérification de la soustraction

La règle générale consiste à traiter le chiffre représentatif de la somme des chiffres d'un nombre de la même manière que ce nombre. Après qu'on ait ainsi opéré sur les chiffres représentatifs et qu'on les ait réduits à un chiffre, ce chiffre doit être égal à celui qui correspond à la somme des chiffres du résultat, pour que ce résultat puisse être considéré comme juste.

A propos de la soustraction, il est important de rappeler

que dans le processus de la preuve par 9, nous admettons que le 9 est à remplacer par un 0. Nous rappelons ce point, car vous serez parfois amené à soustraire un chiffre plus grand d'un chiffre plus petit. Il suffit alors d'ajouter 9 au chiffre le plus petit. Voici un exemple de ce cas :

Opération	*Preuve*
6 1 5	3
− 5 9 3	8
2 2	

Dans l'impossibilité d'ôter 8 de 3, on ôte 8 de 12 (3 + 9) soit 4.

Somme des chiffres de la réponse : 4.

Il n'est pas toujours indispensable d'ajouter 9 au chiffre représentant la somme des chiffres du plus grand des deux nombres de la soustraction. Le plus souvent, celui-ci sera égal ou supérieur à celui de la somme des chiffres du nombre à soustraire. Une simple soustraction suffira en ce cas.

Lorsqu'on se trouve dans le cas ci-dessus on peut, pour faire la preuve, éviter de soustraire. Il suffit pour cela d'ajouter les chiffres représentatifs de la somme des chiffres du nombre à soustraire et du résultat et de comparer le chiffre obtenu par cette addition au chiffre représentatif de la somme des chiffres du nombre le plus grand de la soustraction. Si le résultat est juste, ces chiffres sont égaux. Vérifiez ce point sur la soustraction présentée ci-dessus : chiffre de la somme des chiffres du résultat 4, plus chiffre de la somme des chiffres du nombre à soustraire 8 égale 12, soit 3. Or le chiffre de la somme des chiffres du nombre le plus grand est aussi un 3. Vérifiez ce point.

Effectuez les soustractions suivantes en les vérifiant par la preuve par 9. Travaillez de gauche à droite, utilisez les compléments, sautez les 9 dans tous vos calculs.

7 3 8 2	1 1 2 3	5 8 6 4 9 3
− 6 9 8 7	− 1 0 9 9	− 4 6 5 9 0 6

Comparez vos résultats et ceux qui suivent :

3 9 5 (8) 2 4 (6) 1 2 0 5 8 7 (5)

Si vous éprouvez quelques difficultés à voir comment, à partir de la somme des chiffres de chaque nombre impliqué dans votre opération, vous pouvez faire la preuve par 9, revoyez les quelques pages précédentes. On ne peut ôter 3 de 2, mais on peut ôter 3 de 11 ou ajouter 3 à 8 pour obtenir 11, ce qui après réduction donne 2.

La vérification de la multiplication

Pour vérifier une multiplication par la preuve par 9, on adopte le même mécanisme que dans toutes les autres opérations portant sur la preuve par 9. L'opération a impliqué la multiplication de deux nombres l'un par l'autre, vous multiplierez donc l'un par l'autre les chiffres représentant respectivement les sommes des chiffres de chacun de ces nombres. Ce chiffre (après réduction) sera égal au chiffre de la somme des chiffres du résultat, du moins si ce résultat est juste. Voici un exemple :

Opération	*Preuve*
4 2 1	7
× 1 7	8
7 1 5 7	7 × 8 = 5 6

soit successivement 11 puis 2 après réduction.

Somme des chiffres de la réponse : 2.

Le procédé consistant à multiplier les chiffres respectifs de deux sommes de chiffres peut paraître insolite, mais tel est le mécanisme de la preuve par 9 appliqué à la multiplication. Comme vous le voyez le procédé s'applique bien.

Cependant, supposons qu'ayant cherché à faire la preuve par 9 d'une multiplication, vous obteniez le résultat suivant :

Opération	*Preuve*
5 6 8	1
× 4	4
2 3 7 2	4

Somme des chiffres de la réponse : 5.

Dans ce cas particulier, la règle n'a pas l'air de s'appliquer. Le produit des chiffres significatifs du multiplicande et du multiplicateur donne un chiffre qui ne correspond pas au chiffre significatif de la somme des chiffres du résultat de la multiplication.

En fait, ce dernier est trop fort d'une unité. En d'autres termes, un des chiffres du résultat serait trop fort d'une unité. Ce renseignement vous facilite-t-il la recherche du chiffre erroné ? Essayez de repérer ce chiffre.

A présent, effectuez les deux multiplications suivantes par la méthode de la multiplication sans retenue, en travaillant de gauche à droite, et vérifiez la réponse grâce à la méthode de la preuve par 9 :

3 6 2	8 7 4
× 4 3	× 7 3 6

Pour effectuer cette preuve, vous multipliez l'un par l'autre les chiffres significatifs du multiplicande et du multiplicateur et vous réduisez ce produit à un chiffre. Voici les résultats :

1 5 5 6 6 (5) 6 4 3 2 6 4 (7)

N'oubliez pas que si un chiffre doit être multiplié par 0, le produit de cette opération sera 0. Si le chiffre significatif du multiplicateur ou du multiplicande est un 0 (ou un 9), le chiffre significatif du résultat devra être 0. Par exemple :

Opération	*Preuve*
3 8	2
× 9	0
3 4 2	0

Somme des chiffres du résultat : 0.

Dans un cas comme celui-ci, souvenez-vous qu'en dépit des risques encourus par le fait de multiplier par 0 (ce qui donnerait pour le produit des chiffres significatifs du multiplicande et du multiplicateur le même résultat quel que soit le chiffre significatif du multiplicande), pour que l'opération puisse être considérée comme juste, il faut que la somme des chiffres du résultat soit également 0. Dans ce cas particulier, la règle s'applique aussi bien que dans les autres cas.

La vérification de la division

L'application de la preuve par 9 à la division implique l'emploi d'une règle particulière. Au lieu de chercher à diviser le chiffre significatif du dividende par celui du diviseur, il y a lieu d'adopter un processus inverse et de multiplier le chiffre significatif du diviseur par celui du quotient pour le comparer ensuite à celui du dividende. Ces deux chiffres doivent être égaux pour qu'on puisse considérer l'opération comme juste.

En étudiant l'exemple présenté ci-après, vous verrez clairement la raison de l'emploi de ce procédé :

Opération		*Preuve*	
6 8	1 7	Diviseur	8
0 0	4	Résultat	4
		Dividende	5

Vérification : 4 × 8 égale 32, soit 5. 5 est le chiffre significatif de la somme des chiffres du dividende.

Il est évident que vous pourriez diviser 8 par 5 et obtenir un nombre entier comme résultat. Cette impossibilité découle

du système que nous avons adopté pour le calcul de la somme des chiffres dans la preuve par 9 (10 devient 1, 14 devient 5 et 9 devient 0). Le procédé s'applique parfaitement si, au lieu de chercher à diviser les chiffres significatifs, vous multipliez les chiffres significatifs du quotient et du diviseur pour comparer le résultat à celui du dividende.

Dans le cas où, la multiplication ne tombant pas juste, il existe un reste, le procédé doit comporter un stade de plus.
1) Multipliez les chiffres significatifs du quotient et du diviseur, comme indiqué précédemment.
2) Ajoutez au chiffre obtenu le chiffre représentatif de la somme des chiffres du reste. Après réduction, cette somme doit donner un chiffre égal au chiffre significatif du dividende.

Voici un exemple :

Opération		*Preuve*	
4 8	2 3	Diviseur	: 5
2	2	Résultat	: 2
		Reste	: 2
		Dividende	: 3

Vérification : 2 × 5 égale 10, soit 1. 1 + 2 = 3, ce qui correspond au chiffre significatif du dividende. L'opération est juste.

Effectuez à présent les opérations suivantes. Attention : tout chiffre multiplié par 0 donne 0.

6 5 6 | 8 2 8 3 9 1 | 6 2

Nous présentons ci-après les divisions effectuées :

Opération		*Preuve*	
6 5 6	8 2	Diviseur	: 1
0 0	8	Résultat	: 8
		Dividende	: 8

Vérification : 1 × 8 égale 8. Opération juste.

Opération		*Preuve*	
8 3 9 1	6 2	Diviseur	: 8
2 1	1 3 4	Résultat	: 0
~~1~~ 3 3		Reste	: 3
~~1~~ ~~9~~ 3		Dividende	: 3
2 1			

Vérification : 0 × 8 égale 0. 0 plus 3 égale 3. Opération juste.

Désormais, vous en savez assez long sur la preuve par 9. La contre-preuve présentée dans le chapitre suivant relève du même mécanisme, mais les chiffres apparaissant lors de l'établissement de la preuve seront différents.

11. La contre-preuve ou preuve par onze

La preuve par 9 constitue la vérification la plus rapide d'une opération. Une fois bien entraîné, vous établirez la preuve par 9 aussi rapidement que vous lisez les nombres indiqués dans l'opération.

Cependant, elle n'est pas infaillible. Dans le chapitre précédent, nous avons vu que certains types d'erreurs ne pouvaient être décelés par la preuve par 9.

Comme quelqu'un l'a dit un jour, la preuve par 9 vous indiquera qu'un résultat est faux, mais ne peut vous garantir la justesse de votre résultat.

Ce chapitre traite de la preuve par 11. Le procédé exige un peu plus de temps que celui de la preuve par 9, mais il est plus précis et plus sûr. Lorsque la précision devient un facteur essentiel, certains experts conseillent de faire successivement la preuve par 9 et la preuve par 11. Plutôt que de recommencer une opération, vous gagnerez du temps en faisant successivement la preuve par 9 et la preuve par 11 et les risques d'erreur se trouveront entièrement éliminés ou presque.

Comme la preuve par 9, la preuve par 11 fait appel à des chiffres significatifs. Dans la preuve par 9, lorsqu'on effectue la somme des chiffres d'un nombre, on se borne à éliminer

les 9 en s'appuyant sur le principe qu'un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres l'est. Si la somme des chiffres d'un nombre est égale à 0 ou à 9, ce nombre est divisible par 9. Si la somme des chiffres de ce nombre donne un autre chiffre, ce chiffre représente le reste de la division par 9 du nombre en question.

La preuve par 9 et la preuve par 11 sont en fait des applications d'une règle générale. On peut vérifier une opération en adoptant un nombre quelconque de un chiffre pour faire la preuve. On pourrait par exemple adopter le chiffre 4 et, après avoir divisé le nombre par 4, on obtiendrait un reste et l'on pourrait utiliser ce reste comme chiffre significatif dans l'établissement d'une preuve. Pourquoi choisit-on 9 et 11 ? Ces nombres sont particulièrement pratiques et pour un nombre donné, leur emploi est conditionné par tous les chiffres de ce nombre.

L'utilisation d'un reste n'est pas aussi insolite qu'elle peut le paraître a priori. Si l'on additionne un certain nombre de nombres, tous divisibles par 4, la somme obtenue est évidemment divisible par 4. Si l'un de ces nombres une fois divisé par 4 admet un reste de 2 et les autres nombres des restes nuls, la somme de ces nombres une fois divisée par 4 admettra également un reste de 2. De même, si l'on multiplie deux nombres divisibles par 7, le produit est également divisible par 7.

Si en adoptant un nombre quelconque pour l'établissement de la preuve, les nombres donnés ne sont pas exactement divisibles par le nombre choisi, les restes ainsi déterminés agissent de telle sorte qu'en appliquant à ces restes les mêmes opérations qu'aux nombres dont ils découlent, le résultat de ces opérations se retrouve dans le reste découlant de la division du résultat de l'opération par le nombre choisi.

Cette règle paraît compliquée ; vérifions-la en faisant la preuve par 5, c'est-à-dire en éliminant les 5. On utilisera comme nombre test les restes de la division par 5 des nombres impliqués dans l'opération :

Opération	*Preuve*
7	2
× 8	3
56	

$2 \times 3 = 6$.
En réduisant par cinq, on obtient 1.

Reste de la division par 5 du produit : 1. Opération juste.

Remarque : dans les nombres utilisés comme vérificateurs, nous n'utilisons jamais les quotients obtenus en divisant les nombres intéressés par le nombre choisi comme base, mais nous ne tenons compte que des restes qui doivent être soumis aux mêmes opérations que les nombres de l'opération principale. Si la manipulation de ces restes ne donne pas des résultats concordants, c'est la preuve que le résultat de l'opération est faux.

A titre d'exercice et afin d'aiguiser votre sens des nombres, essayez d'éliminer les 7 dans l'opération suivante : vos chiffres vérificateurs découlent des restes de la division par 7 des nombres intéressés et vous les utilisez exactement comme dans le cas de la preuve par 9.

$$\begin{array}{r} 58792 \\ -\ 49296 \\ \hline \end{array}$$

Commencez par diviser les nombres intéressés par 7, et utilisez les restes obtenus comme éléments de votre vérification. Traitez les chiffres vérificateurs exactement comme si vous aviez affaire, dans la preuve par 9, à des chiffres représentatifs.

Voici comment se présentera le calcul :

Opération	*Preuve*
58792	6
− 49296	2
19ϮØ6	4

Chiffre significatif du résultat : 4.

L'inconvénient qui résulterait de l'emploi d'un chiffre quelconque pour faire une preuve de ce genre réside dans le fait qu'il vous serait impossible de repérer dans le résultat une erreur sur un chiffre si l'erreur qui entache ce chiffre est un multiple du nombre choisi comme base de la preuve. Par définition, le choix d'un nombre de deux chiffres (11 par exemple) comme base conduit à des résultats plus précis que celui d'un nombre d'un chiffre (9 par exemple). Comme nombre comportant deux chiffres, 11 est particulièrement indiqué comme base d'une preuve, car à la différence du nombre 10, son emploi affecte tous les chiffres du nombre intéressé et parce que le maniement des multiples de 11 est particulièrement aisé. Pour déterminer le reste de la division par 11 d'un nombre donné, il existe trois méthodes. Aucune de ces méthodes ne permet des calculs aussi aisés que dans la preuve par 9, mais avec un peu d'entraînement ces procédés s'avèrent relativement simples.

Divisibilité par onze

Dans vos calculs, vous avez peut-être appris à voir qu'un nombre, du fait du groupement de ses chiffres, est divisible par 11. Ainsi tous les nombres de deux chiffres divisibles par 11 se présentent sous la forme d'un groupe de deux chiffres identiques : 11, 22, ... 99. Par conséquent il vous est facile, étant donné un nombre de deux chiffres, d'obtenir le reste de la division par 11 de ce nombre en soustrayant tout simplement le nombre de deux chiffres identiques le plus proche à défaut du nombre intéressé. Voici quelques exemples :

46	83	25	64	92
− 44	− 77	− 22	− 55	− 88
2	6	3	9	4

Portez une attention spéciale à l'avant-dernier de ces exemples. Dans la recherche de la divisibilité par 11 nous ne rem-

plaçons plus 9 par un 0. Cette particularité n'est vraie que dans le cas de la preuve par 9. A l'inverse, dans le cas de la preuve par 11, 9 et 10 constituent des nombres significatifs de la preuve. Par convention, le chiffre 11 est à remplacer par un 0. Compte tenu du fait que nous n'utilisons que les restes, le nombre qui sert de base est automatiquement remplacé par un 0.

Ainsi le chiffre représentatif de 88 dans le cas de la preuve par 11 sera 0 et pour 98 le chiffre représentatif sera 10. Pour 97 il sera 9. Ne faites pas l'erreur de remplacer ce 9 par un 0.

Les chiffres des nombres compris entre 100 et 999 présentent une disposition régulière, si ces nombres sont divisibles par 11. Si un nombre de trois chiffres est divisible par 11, la somme du premier et du troisième de ces chiffres est égale au chiffre du milieu ou lui est supérieure de 11 unités. Voici quelques exemples :

891	198	275	363	220
209	308	704	319	638
814	154	429	110	506

A partir de 999 les nombres divisibles par 11 adoptent pour la configuration de leurs chiffres des dispositions plus complexes et qu'il est difficile de détecter d'un seul coup d'œil. En reprenant les exemples indiqués plus haut, en effectuant la division par 11 de ce nombre et en voyant comment les chiffres se groupent, vous pourrez très utilement perfectionner votre sens des nombres. Point plus important encore, vous pourrez ainsi définir les deux règles qui permettent de déterminer le reste d'une division par 11.

Dans les nombres de plus de trois chiffres divisibles par 11, l'arrangement des chiffres correspond à une distribution précise mais cet arrangement est de plus en plus complexe à mesure que croît le nombre en question. Le processus de la preuve par 11 n'est applicable qu'en raison de cet arrangement des chiffres d'un nombre divisible par 11.

Chiffres de rang impair et de rang pair

Une méthode rapide de détermination du nombre significatif dans le cas de la preuve par 11 consiste à faire le total, en partant de la droite, d'une part des chiffres de rang pair, d'autre part des chiffres de rang impair, et de soustraire la première somme de la deuxième.

Dans le premier exemple ci-dessus (891), il n'y a qu'un chiffre de rang pair (9). La somme des chiffres de rang impair (1 + 8) est 9. La soustraction 9 − 9 donne 0. Le reste de la division de 891 par 11 est donc 0.

Dans le dernier exemple ci-dessus (506), la somme des chiffres de rang pair est égale à 0. La somme des chiffres de rang impair est égale à 11. Vous avez sans doute deviné que 11 étant la base, vous pouvez remplacer 11 par 0 et que vous êtes ramené à la soustraction 0 − 0 = 0. Si le chiffre figurant au milieu de ce nombre de trois chiffres était un 2, vous auriez eu à effectuer la soustraction suivante : 2 − 0 = 2.

Voici des exemples de cette technique appliqués à des nombres que vous êtes à même à présent de « sentir » :

23 46 308 154 429

Voici comment il vous faut procéder :

Dans le nombre 23, le chiffre de rang pair (en partant de la droite) est 2. 2 ôté de 3 donne 1. Ce 1 représente le reste de la division de 23 par 11.

Dans le nombre 46, on ôte 4 de 6 ce qui donne 2 comme reste. Vérifiez en divisant 46 par 11.

Dans le nombre 308, la somme des chiffres de rang pair est 0. Celle des chiffres de rang impair est 11, que vous pouvez considérer comme 0, et la soustraction donne 0 − 0 = 0.

Effectuez cet exercice sur les deux autres nombres.

A présent, introduisons une petite complication. Parfois votre somme des chiffres de rang pair sera supérieure à celle des chiffres de rang impair ; cette différence ne sera pas toujours un multiple de 11 (nombre que nous considérons comme

à remplacer par 0). Exemple : 691.

Le seul chiffre de rang pair est un 9. La somme des chiffres de rang impair est 7. La soustraction est impossible.

Vous ajoutez alors 11 au plus petit des deux nombres et vous procédez ensuite à la soustraction. 11 plus 7 = 18. 18 − 9 = 9.

Règle : lorsque la somme des chiffres de rang pair est plus grande que celle des chiffres de rang impair, ajoutez 11 (ou un multiple de 11) à cette dernière et procédez ensuite à la soustraction. La méthode est applicable à tout nombre, quel que soit le nombre de ses chiffres. Ce procédé est particulièrement pratique dans le cas de nombres de trois, quatre ou cinq chiffres ; pour des nombres plus importants, on fera appel à une autre technique. Avant d'aborder ce cas, exercez-vous à utiliser la règle de la soustraction de la somme des chiffres de rang pair de celle des chiffres de rang impair. Voici quelques nombres à titre d'exemple :

791 2648 540 8623

Les restes de la division par 11 de ces quatre nombres sont respectivement 10, 3, 1 et 10.

Ce procédé est particulièrement précieux lorsque vous pouvez faire de tête l'addition des chiffres de rang pair, retenir le résultat tout en effectuant l'addition des chiffres de rang impair et retrancher la première somme de la seconde (en ajoutant 11 à celle-ci le cas échéant).

Procédé de la soustraction continue

En opérant de gauche à droite et d'une façon continue, on peut déterminer le reste de la division par 11 d'un nombre comportant un nombre quelconque de chiffres, en appliquant le procédé suivant. Il est moins rapide que l'addition impliquée dans la preuve par 9 mais se montre relativement simple. Une fois entraîné, vous le trouverez très rapide.

Vous soustrayez le premier chiffre (de gauche) du second et le résultat du troisième et ainsi de suite. Chaque fois qu'un chiffre sera plus grand que celui dont vous aurez à le soustraire, ajoutez 11 à ce dernier. Voyez l'exemple suivant :

1 3 4

Commencez par ôter 1 de 3, soit 2. A présent ôtez 2 de 4 soit 2. Vérifiez l'exactitude de ce chiffre significatif en appliquant la méthode de la différence des sommes de rang pair et de rang impair ; 3 ôté de (1 + 4) = aussi 2.

Essayez le procédé de la soustraction continue sur le nombre suivant :

1 3 5 7 9

En opérant de gauche à droite, le processus se décompose comme suit : 1 ôté de 3 = 2, 2 ôté de 5 = 3, ... ôté de 7 = 4, ... ôté de 9 = 5. Vérifiez en appliquant l'autre technique : 7 + 3 = 10, 9 + 5 + 1 = 15. 15 − 10 = 5.

Au stade actuel, la soustraction continue doit vous sembler presque aussi simple que l'obtention de la somme des chiffres dans la preuve par 9. Appliquez la soustraction continue au nombre :

9 7 5 3 1

dont l'ordre des chiffres a été inversé par rapport à l'exemple précédent.

Pour commencer, vous ne pouvez soustraire 9 de 7. Il faut ajouter 11 à 7, puis soustraire : 18 − 9 = 9. A nouveau vous ne pouvez soustraire 9 de 5. Il faut soustraire ce 9 de (5 + 11). La soustraction donne 7. Une troisième fois il vous faudra ajouter 11, cette fois à 3 avant de soustraire. 7 ôté de 14 donne 7. Et en ajoutant 11 au 1 qui termine ce nombre, vous trouvez que 7 ôté de 12 donne 5. Le reste de la division par 11 de ce nombre est 5.

Le nombre en question constitue un cas extrême. En moyenne, vous aurez à ajouter 11 une fois sur deux. Voici par exemple un cas typique :

461798

4 ôté de 6 donne 2, ôté de 12 (1 plus 11) donne 10, ôté de 18 (7 plus 11) donne 8, ôté de 9 donne 1, ôté de 8 donne 7. Le reste de la division par 11 du nombre intéressé est 7.

Prenez bien soin de tenir compte du 0 si votre nombre se termine par 0. Un 0 placé derrière une virgule ne compte que s'il est suivi par un autre chiffre. Exemple :

100.

Certes, vous avez « senti » quel était le reste de la division par 11 en soustrayant de 100 le plus proche nombre de deux chiffres divisible par 11 (99) : 100 − 99 = 1. La soustraction continue s'effectuerait comme suit : 1 ôté de 11 (0 plus 11) donne 10, 10 ôté de 11 (0 plus 11) = 1.

Utilisation des compléments

Si vous connaissez par cœur vos compléments, vous découvrirez que leur emploi peut accélérer les calculs mis en jeu par ces procédés. Si le chiffre à soustraire est plus grand que celui dont on le soustrait, vous ajoutez à ce dernier le complément du chiffre à soustraire. Vous pouvez employer les compléments systématiquement dans la soustraction à condition d'augmenter d'une unité votre somme chaque fois que vous utilisez un complément. Ceci revient à ajouter 11. Essayez ce processus sur le nombre suivant :

84253

Votre soustraction continue par complément s'effectuera

comme suit : complément de 8 (2) + 4 + 1 = 7 ; complément (3) + 2 + 1 = 6 ; complément (4) + 5 + 1 = 10 ; (pas de complément) + 3 + 1 = 4. Reste de la division par 11 : 4.

La preuve par onze appliquée à l'addition

Appliquée à l'addition, la preuve par 11 s'effectue de la même manière que la preuve par 9, à cette nuance près que la détermination des chiffres significatifs est différente. Trouvez le reste de la division par 11 de chaque nombre intéressé ; effectuez sur ces restes les mêmes opérations que sur les nombres ; le résultat obtenu doit être égal au reste de la division par 11 du résultat de l'opération.

Dans l'addition, vous additionnez donc les restes en réduisant la somme par suppression de 11 ou de multiples de 11 (attention à ne pas procéder à la réduction par addition comme dans le cas de la preuve par 9) ; le résultat de cette addition ne peut dépasser 10, et doit être égal au reste de la division par 11 du résultat.

Suivez stade par stade le calcul de la preuve de l'addition suivante :

Opération	*Preuve*
469	7
231	0
986	7
794	2
2260	16
22	
2480	Réduit (1 ôté de 6) 5.

Reste de la division par 11 du résultat : 2 ôté de 4 = 2, ... ôté de 8 = 6, ... ôté de 11 (0 + 11) = 5 ; ou 10 (8 + 2) ôté de 15 (4 + 0 + 11) = 5.

Effectuez l'opération suivante sur votre bloc :

$$\begin{array}{r} 638 \\ 147 \\ \underline{269} \end{array}$$

et faites la preuve par 11. Comparez ensuite le résultat obtenu et votre preuve par 11 avec l'explication qui suit.

Le chiffre significatif de 638 est 0, celui de 147 est 4, celui de 269 est 5. La réponse correcte est 1 054, dont le chiffre significatif est 9. 1 ôté de 11 (pour le 0) = 10, ... ôté de 16 = 6, ... ôté de 15 = 9. La somme des chiffres de rang pair (5 + 1) = 6... à soustraire de 4 + 0 + 11 (donc de 15) ce qui donne 9.

La preuve par onze appliquée à la soustraction

Comme dans le cas de la preuve par 9, il y a lieu de soustraire le chiffre significatif du nombre le plus petit du chiffre significatif du nombre le plus grand et de comparer le résultat de cette soustraction au chiffre significatif du résultat de l'opération. Dans le cas où le chiffre significatif du plus grand des deux nombres est inférieur à celui de l'autre, il y a lieu de lui ajouter 11. Vous pouvez, si vous le préférez, procéder à la preuve par 11 en ajoutant au chiffre significatif du résultat le chiffre significatif du plus petit des deux nombres et (après réduction éventuelle) comparer ce résultat au chiffre significatif du plus grand des deux nombres.

Opération	*Preuve*
6 4 9 5 8 2 1	2
− 5 6 3 6 7 8 9	4
1 8 6 9 1 4 2	On ne peut ôter 4 de 2. Ajou-
(8 5 9 0 3 2)	tez 11 à 2 et ôtez 4 de 13 : 9.

Vérifiez le chiffre significatif du résultat. Sur votre bloc, effec-

tuez l'opération suivante et comparez ensuite votre résultat et votre preuve à ceux du texte indiqué ci-dessous :

$$\begin{array}{r} 354678 \\ -\ 246326 \\ \hline \end{array}$$

Travaillez de gauche à droite et reportez les retenues dans la réponse.

Le chiffre significatif du plus grand des deux nombres est 5 ; celui du plus petit est 3. 3 ôté de 5 = 2. La réponse exacte est 108 352 et son chiffre significatif est 2. Opération juste.

La preuve par 11 de la multiplication

Pour faire la preuve par 11, on multiplie l'un par l'autre les chiffres significatifs du multiplicande et du multiplicateur pour voir si ce produit (après réduction) est égal au chiffre significatif du résultat de la multiplication.

Opération	*Preuve*
9847	2
× 62	7
58082	2 × 7 = 14, ce qui après ré-
19694	duction (1 ôté de 4) donne 3.
509414	
(610514)	

Chiffre significatif du résultat : 3.

Effectuez tout seul une opération et sa vérification :

$$\begin{array}{r} 735 \\ \times\ 48 \\ \hline \end{array}$$

Le chiffre significatif de 735 est 9. Celui de 48 est 4. 9 × 4 = 36. Réduit à 3 (3 ôté de 6). Résultat de l'opération : 35 280. Chiffre significatif : 3.

La preuve par onze de la division

Comme vous vous en souvenez, dans l'application de la preuve par 9 à la division vous vous trouviez devant l'impossibilité de procéder à des divisions sur les chiffres significatifs du dividende et du diviseur. Cette impossibilité s'applique quel que soit le nombre de base adopté pour faire la preuve (car dans le cas de la preuve par 9 et de la preuve par 11, 9 et 11 sont successivement considérés comme à remplacer par des 0). Comme dans le cas de la preuve par 9, la vérification de la division par la preuve par 11 s'effectue en multipliant les chiffres significatifs du diviseur et du quotient, puis en comparant le résultat au chiffre significatif du dividende ; dans le cas où la division admet un reste, avant d'effectuer la comparaison, il y a lieu d'ajouter à ce produit le chiffre significatif du reste.

Voici un exemple :

Opération		*Preuve*	
21694	58	Résultat	: 0
✗42	373	Diviseur	: 3
✗23		Reste	: 2
✗60		Dividende	: 2
✗2			

Voici comment vous utilisez les chiffres significatifs en faisant la preuve : chiffre significatif du résultat après réduction (0) multiplié par le chiffre significatif du diviseur (3) = 0 + chiffre significatif du reste (2) = 2. Après réduction, le chiffre significatif du nombre à diviser est 2. L'opération tombe juste.

Effectuez la division suivante et vérifiez-la en appliquant les règles relatives à la preuve par 11 :

9176 | 37

Le résultat est 248 et son chiffre significatif 6. La division n'admet pas de reste. Le chiffre significatif du diviseur est 4.

$6 \times 4 = 24$, soit par réduction (2 ôté de 4) 2. Le chiffre significatif du nombre à diviser est également 2.

Double preuve

A plusieurs reprises, nous avons indiqué que dans le cas où nous voulons avoir la certitude que la réponse est juste, il y a lieu de faire la preuve par 9 et la preuve par 11. Ce procédé est beaucoup plus rapide et beaucoup plus sûr que le fait de recommencer l'opération en sens inverse. Il donne une certitude presque absolue de la justesse du résultat et élimine complètement certains types d'erreurs, par exemple celle qui consisterait à faire trois fois de suite une erreur de multiplication comme $4 \times 8 = 28$.

Voici une division plus compliquée à faire et à vérifier. Nous en présentons la preuve par 9 et la preuve par 11 à titre de vérification :

Opération		*Preuve par 9*	*Preuve par 11*
12568	46	Résultat : 3	9
✗ 33	262	Diviseur : 1	2
✗ 60		Reste : 1	10
24		Dividende : 4	6
✗ 56			
10			

Calcul de la preuve par 9 : $3 \times 1 = 3$, ... $+ 1 = 4$. Chiffre significatif du dividende : 4.

Calcul de la preuve par 11 : $9 \times 2 = 18$ et après réduction (1 ôté de 8) 7. $7 + 10 = 17$ et après réduction (1 ôté de 7) 6. Chiffre significatif du dividende : 6.

12. La simplification par décomposition

Pour multiplier un nombre par 10, il est peu probable que vous soyez amené à opérer en posant l'opération complète comme suit :

$$\begin{array}{r} 463 \\ \times\ 10 \\ \hline 463 \\ 000 \\ \hline 4630 \end{array}$$

En fait, vous savez que pour multiplier un nombre par 10, il suffit d'ajouter un 0 à la droite de ce nombre. Dans le cas d'un nombre décimal, on déplace la virgule d'un rang vers la droite.

$$984 \times 10 = 9840$$
$$653{,}92 \times 10 = 6539{,}2$$

Ce principe est élémentaire, certes, mais il est fondamental dans le calcul de divers types de simplifications. Dans bien des cas, nous gagnerons du temps en multipliant ou en divisant par 10, 100 ou 1 000 avant d'effectuer les opérations.

A l'inverse de la multiplication, pour diviser par 10 vous barrez un 0 à la droite du nombre s'il finit par un 0 (ou vous placez une virgule entre le dernier et l'avant-dernier chiffre). Dans le cas d'un nombre décimal, vous déplacez la virgule d'un rang vers la gauche.

$$2\,9\,3\,0 : 1\,0 = 2\,3\,9$$
$$7\,1\,8\,,\,6\,4 : 1\,0 = 7\,1\,,\,8\,6\,4$$

Pour éviter toute confusion, rappelez-vous que tout nombre entier est un nombre décimal comportant des décimales égales à 0. Par conséquent 75 ou 75,00 sont des nombres identiques. Pour diviser par 10, nous déplaçons donc cette supposée virgule d'un cran vers la gauche. 75 divisé par 10 donne 7,5.

Comme vous le savez, selon le rang qu'un chiffre occupe dans un nombre, sa valeur est dix fois plus grande que le même chiffre placé un rang plus à droite. Ainsi pour multiplier par 100, nous ajouterons deux 0 à la droite du nombre ou, dans le cas d'un nombre décimal, nous déplacerons la virgule de deux rangs vers la droite.

$$9\,8\,4 \times 1\,0\,0 = 9\,8\,4\,0\,0$$
$$6\,5\,3\,,\,9\,2 \times 1\,0\,0 = 6\,5\,3\,9\,2$$

Pour diviser par 100, dans le cas d'un nombre décimal, nous déplaçons la virgule de deux rangs vers la gauche.

$$9\,8\,4 : 1\,0\,0 = 9\,,\,8\,4$$
$$6\,5\,3\,,\,9\,2 : 1\,0\,0 = 6\,,\,5\,3\,9\,2$$

que nous arrondirions probablement à 6,54.

Tout ce que nous venons de dire, vous le savez sans doute. Mais il est bon de rafraîchir vos connaissances. En effet, plus votre maniement de ces multiplications ou divisions par 10, 100 ou 1 000 sera automatique et mieux vous assimilerez les techniques des simplifications, dont ce genre de multipli-

cations et de divisions constitue la base. Le second stade de nos explications relatives à l'emploi des diverses techniques de simplification fait appel à un processus que vous connaissez déjà peut-être parfaitement : pour multiplier un nombre par 9, vous multipliez ce nombre par 10 et vous soustrayez du résultat de cette multiplication le nombre en question.

Comparez la multiplication habituelle à la technique de cette simplification :

$$\begin{array}{r} 659 \\ \times\ 9 \\ \hline 5831 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6590 \\ -\ 659 \\ \hline 5931 \end{array}$$

De même, vous avez sans doute pris l'habitude d'adopter une technique d'opérer de la même façon pour multiplier un nombre par un autre nombre assez voisin de 100.

Ainsi, pour multiplier 238 par 99, il est inutile de poser la multiplication et de l'effectuer ligne par ligne. Il suffit de multiplier le nombre par 100 et de soustraire de ce produit une fois 238. Voyez le calcul ci-dessous :

Multiplication habituelle

$$\begin{array}{r} 238 \\ \times\ 99 \\ \hline 1042 \\ \quad 1042 \\ \hline 23562 \end{array}$$

Simplification

$$\begin{array}{r} 23800 \\ -\ 238 \\ \hline 23562 \end{array}$$

De même, pour multiplier ce même nombre par 101, vous le multipliez par 100 et, à ce produit, vous ajoutez une fois 238. Après avoir effectué quelques exercices, vous arriverez parfaitement à faire de tête les opérations impliquées dans ce genre de calcul. Vous pourrez dès lors « voir » le résultat, soit 24 038.

Certes, vous aurez souvent à manier des multiplicateurs plus compliqués que 99 ou 101, mais ce principe s'applique à une étonnante variété de cas. Le fait « d'arrondir » ainsi et

« d'ajuster » constitue une des subdivisions de la simplification par décomposition d'un des facteurs.

La règle générale relative à la décomposition est la suivante : décomposez un de vos facteurs en deux nombres plus faciles à manier.

Ainsi, nous avons décomposé 9 en le remplaçant par (10 − 1), et 99 en le remplaçant par (100 − 1).

On peut appliquer le même principe au nombre 45 en le considérant comme (50 − 5) et l'on voit immédiatement que cette technique peut s'appliquer à un grand nombre de cas. On sait que 5 est le dixième de 50.

De même, on remplacera 44 par (40 + 4) ; 4 est en effet le dixième de 40.

Vérifiez cette technique sur l'exemple suivant :

Multiplication habituelle	*Simplification*
629	31450 (50 × 629)
× 45	− 3145 (1/10 à ôter)
2416	28305
3145	
28205	

Le procédé est particulièrement précieux lorsqu'un des facteurs peut être décomposé en un certain nombre et en une fraction simple de ce nombre. Exemple : 50 et 5. Tous les nombres ne se prêtent pas à cette décomposition ; aussi applique-t-on dans ce cas d'autres genres de simplifications.

La décomposition à adopter dépend parfois du rapport des deux nombres sur lequels on opère. Dans certains cas, la simplification adoptée s'imposera d'elle-même ; dans d'autres, il y aura lieu d'adopter un autre genre de simplification.

Considérez ces deux cas et voyez la différence des techniques :

12	62
× 18	× 18

Dans le premier cas, comment décomposerez-vous 18 ? 18 peut être considéré comme 12 + 6 (1/2 de 12), ou comme 9 + 9 (deux quantités égales), ou comme 20 − 2 (1/10 de 20).

Dans le premier cas, la décomposition en 12 + 6 peut s'imposer, car des gens habitués à des calculs de marchandises savent que 12 × 12 = 144. 18 × 12 = 144 + 72, soit 216.

Cependant, dans les pays pratiquant le système décimal, il vaudra mieux considérer 18 comme 20 − 2.

Dans le deuxième cas, décomposer 18 en 12 + 6 ne nous servira pas à grand-chose. Nous adopterons donc la deuxième décomposition ou la troisième. On pourra donc multiplier par 9, c'est-à-dire 10 − 1, et doubler le résultat obtenu : il s'agit là d'une simplification à deux étages qui peut paraître compliquée mais ne l'est guère. Ce moyen est néanmoins très rapide : 620 − 62 et doublez le résultat de cette soustraction.

En prenant, pour 18, 20 − 2 on obtiendra un calcul du même ordre.

Plus le nombre est long et plus l'avantage de l'emploi d'une méthode de simplification des opérations devient spectaculaire. Considérez l'opération 49 362 × 18 et effectuez-la en adoptant une des méthodes de simplification. Servez-vous de votre bloc.

Adoptons pour 18 la valeur (10 − 1) deux fois. Votre calcul s'effectue comme suit :

$$\begin{array}{r} 493620 \quad (10 \times 49\,362) \\ -\ 49362 \\ \hline 443258 \\ 888406 \text{ (après multiplication par 2).} \end{array}$$

Comme dans bien des démonstrations, l'avantage de l'emploi d'une simplification ne ressort pas aussi clairement de cet exemple que vous le découvrirez à l'usage. En fait, le principe consiste essentiellement à utiliser des combinaisons plus simples : multiplier par 10 au lieu de 9 ; soustraire au lieu

d'effectuer une deuxième multiplication chiffre par chiffre ; multiplier par 2 au lieu de procéder à une longue addition.

A titre de comparaison, voici la décomposition de la même opération lorsque au lieu de multiplier par (10 − 1) et de doubler le résultat, vous remplacez 18 par (20 − 2) :

9 8 7 2 4 0	(2 0 × 4 9 3 6 2
− 9 8 7 2 4	et 1/10 de plus)
9 9 9 5 2 6	

Pratiquement, les formes que vous pourrez adopter pour décomposer les nombres sont illimitées. La décomposition peut résulter d'une addition de deux nombres dont la somme est égale au nombre considéré ; exemple : 18 décomposé en 12 + 6, 15 en 10 + 5 ; elle peut également résulter d'une soustraction qui vous restitue le nombre intéressé, par exemple 10 − 1 = 9, 100 − 1 = 99, 20 − 2 = 18, 60 − 6 = 54.

Comment décomposeriez-vous le nombre 81 ? Compte tenu du multiplicande, vous pouvez remplacer 81 par (80 + 1) ou par (90 − 9), 9 étant le 1/10 de 90. Dans l'emploi de ces fractions, vous pouvez adopter d'autres nombres que le 1/10. Les fractions suivantes : 1/2, 1/3, 1/4, peuvent être utilisées ainsi que d'autres fractions, dont l'emploi vous paraîtra tout indiqué. L'important est de trouver la fraction intéressante, faute de quoi la décomposition n'aurait pas de sens. Voyez si vous êtes à même à présent de trouver des décompositions convenables pour les nombres suivants :

39 26 77 63 125 720

Pour 39, on adoptera (40 − 1). Pour 26 (25 + 1). Notons en passant que pour multiplier par 25, vous avez à votre disposition deux simplifications : la première consiste à multiplier par 20, puis par 5 (moitié de 10) et à additionner ces deux produits ; la seconde, à diviser par 4 et à multiplier par 100. Pour 77 on adoptera évidemment (70 + 7) (1/10 du produit)

et pour 63 (70 − 7) (autrement dit − 1/10 du produit). Si nous avons affaire au nombre 125, nous disposons de plusieurs méthodes. Nous pouvons prendre 100 + 25, soit le produit par 100 + le quart de ce produit. Nous pouvons aussi considérer 125 comme 1/8 de 1 000, et donc diviser par 8 et multiplier le résultat par 1 000.

Le nombre 720 sera remplacé par (800 − 80). Dès à présent vous voyez que le système apporte une grande flexibilité dans les calculs et que vous disposez d'un choix relativement varié. Toute cette technique fait essentiellement appel à votre sens des nombres. Les choix sont en fait si vastes qu'il vous incombe de sélectionner l'approche la plus facile et la plus rapide. Voici quelques multiplications ; effectuez-les en adoptant la simplification par décomposition qui vous semblera la plus appropriée :

8 9 5	4 7 3	6 8 2
× 1 5	× 3 8	× 2 7

Nous avons déjà vu que 15 pouvait être décomposé aisément. Nous avons inclus cet exemple pour vous rappeler que l'emploi de cette méthode de simplification a un caractère essentiellement répétitif. Pour multiplier 895 par (10 + 5), vous êtes amené à penser simplement : 8 950 + 4 475 (la moitié du produit précédent), soit 13 425.

Pour le produit 473 × 38, le calcul vous amène à utiliser une autre fraction. 38 est à remplacer par (40 − 2) ; d'autre part 2 est le 1/20 de 40. Pour multiplier par 38, vous pouvez donc multiplier par 40 et soustraire 1/20 du produit (c'est-à-dire la moitié de 1/10). Voici le processus :

1 8 9 2 0	(40 × 473)
− 9 4 6	(1/20 du produit)
1 8 Ø 8 4	

Cet exemple nous permet de faire deux remarques instructives : 1) Vous pouvez (et vous devez) inscrire le produit du multi-

plicande par 40 sans recopier celui-ci, et ceci en opérant de gauche à droite. Il vous suffit de multiplier par 4 le nombre 473 en appliquant la technique de la multiplication sans retenue et d'ajouter un zéro.
2) Vous pouvez (et vous devez) inscrire de gauche à droite le résultat de la division par 20 du produit que vous venez d'obtenir. Il suffit pour cela, en décalant votre résultat d'un rang vers la droite, de diviser par 2. (En décalant d'un rang vers la droite, vous avez divisé par 10.)
3) Pour la troisième opération, 682 × 27, une simplification s'impose : remplacer 27 par (30 − 3). Vous êtes donc amené à multiplier le multiplicande par 3, en ajoutant un 0 à droite du produit, ce qui le multiplie par 30, puis, sous ce résultat que vous avez inscrit, vous inscrivez le même nombre en décalant ses chiffres d'un rang vers la droite (ce qui revient à le diviser par 10). La soustraction vous donne le résultat recherché.

20460	(30 × 682)
− 2046	(avec 1/10 par excès)
18414	

Les simplifications relèvent de tout un ensemble de méthodes et non d'un système unique. Il existe des opérations pour lesquelles vous pouvez trouver des moyens de simplifier vos calculs sans sortir du cadre d'une arithmétique simple, mais il en est d'autres auxquels ces simplifications ne peuvent s'appliquer. D'autre part, le choix d'un procédé de simplification ne doit pas vous demander plus d'une seconde ou deux car, en tenant compte du temps perdu à chercher ainsi à raccourcir vos calculs, vous auriez déjà achevé ceux-ci en opérant par des processus classiques. Essayez donc de reconnaître dans les nombres suivants les diverses possibilités de décomposition :

50 45 24 33 54 63 82

Certains de ces choix vous feront découvrir d'autres procédés,

que nous avons soulignés en passant, mais que nous n'avons pas encore étudiés. Dans chaque cas, grâce à votre sens des nombres, vous devez pouvoir découvrir les voies à prendre.

50, par exemple, n'est que la moitié de 100. C'est à vous de choisir s'il vous semble plus commode et plus rapide de multiplier par 5 et d'ajouter un 0 à la droite du produit, ou de multiplier par 100 et de diviser par 2. Quoi qu'il en soit, ces deux simplifications sont très utiles.

45, nous l'avons déjà dit, peut être remplacé par (50 − 5) et la multiplication revient à multiplier le nombre par 50, puis à soustraire le 1/10 du produit. Vous n'avez peut-être pas remarqué que 45 peut être remplacé par (30 + 15) et que l'opération revient alors à multiplier par 30 et à ajouter la moitié de ce produit. Quelle est la meilleure des solutions ? Aucune ! Tout dépend du multiplicande et de vos préférences.

Voici un nouveau nombre : 24. 24 peut être remplacé par (20+ 4), ce qui revient à multiplier par 20, puis à rajouter à ce produit les 2/10 de ce même produit. Il est simple de doubler un nombre après l'avoir divisé par 10. Si ce procédé vous paraît un tant soit peu obscur, étudiez l'exemple suivant :

Multiplication habituelle	*Simplification*
3 7 8	7 5 6 0 (20 × 378)
× 2 4	1 4 1 2 (2/10 du produit)
0 7 5 6	8 0 7 2
1 4 1 2	
8 0 7 2	

Au début du chapitre, nous avons insisté sur la nécessité d'opérer sans hésitation des multiplications ou des divisions par 10, 100, ou 1 000, et cet exemple vous montre pourquoi nous avons mis l'accent sur ce point capital. Faute de multiplier ou de diviser très rapidement par 10, 100 et 1 000, les deux exemples de simplification que nous vous avons présentés, et qui impliquent dans un cas une multiplication par 10 et dans l'autre une division par 10, ne sauraient vous faire gagner du temps. Intéressons-nous à présent à 33 qui, de toute évidence,

se remplace par (30 + 3), 3 étant le 1/10 de 30.

Pour le nombre 63, nous appliquerons le principe inverse : 63 se remplace par (70 − 7), 7 étant le 1/10 de 70.

82 se présente un peu différemment : nous adopterons 82 = (80 + 2), soit 80 + 1/40 de 80. Le calcul ne sera pas compliqué : multipliez par 80, puis divisez par 4 le produit obtenu, mais en le décalant d'un chiffre vers la droite pour tenir compte de la division par 10. Vérifiez ce calcul :

Multiplication habituelle	*Simplification*	
942	75360	(80 × 492)
× 82	1884	(1/40 du produit)
7536	76144	
1884		
76144		

Ci-dessus vous avez été amené à pratiquer une division ; celle-ci doit tomber juste et, par conséquent, vous la vérifiez en quelque sorte automatiquement. Dans le cas contraire, vous vous êtes évidemment trompé dans cette opération. Il est évident que si l'on multiplie l'un par l'autre deux nombres entiers, le résultat ne peut être qu'un nombre entier. Si votre division vous donne un reste, il faut la recommencer. Dans l'opération que nous vous avons présentée, vous ne gagnerez aucun temps à décomposer 82 en 80 + 2 et à opérer deux multiplications, car le processus est exactement le même que celui de la multiplication habituelle. La décomposition de 82 en 80 + 1/40 du produit nous a amenés à diviser par 40, tandis que la décomposition 80 + 2 nous amènerait, après avoir multiplié par 80, à doubler le multiplicande.

Si comme multiplicande nous avions 5 555, nous aurions intérêt, dans une multiplication classique, à diviser le résultat de la première ligne 44 440 par 10, puis ce résultat par 4 pour obtenir la seconde ligne. Une fois de plus, soulignons que le choix de la simplification dépend du multiplicande et du multiplicateur.

En bref, l'avantage de la simplification par décomposition

est de vous permettre d'utiliser des nombres comportant des chiffres plus simples et d'effectuer des opérations simples. Ainsi en décomposant 78 en (80 − 2), vous pouvez remplacer dans votre multiplication le produit par 8 du multiplicande par une multiplication par 2.

La simplification des opérations sur les grands nombres

Les nombres les plus simples à décomposer sont évidemment les nombres à deux chiffres. Ceci n'implique pas que l'on ne puisse pas décomposer des nombres comportant davantage de chiffres.

Considérons par exemple 297, en tant que multiplicateur. Le nombre simple le plus rapproché n'est autre que 300 qui, à part des 0, ne comporte qu'un chiffre. Or, il se trouve que la différence 300 − 297 donne 3, et qu'après avoir multiplié par 300, nous n'aurons qu'à retrancher du résultat 1/100 de ce produit.

Les nombres 396, 495, 594 se présentent d'une façon similaire. Dans chaque cas, on peut arrondir à la centaine immédiatement supérieure et, une fois le produit obtenu, retrancher 1/100 de ce produit. Ce procédé sera bien plus rapide que celui qui consiste à multiplier successivement par les trois chiffres du multiplicateur et à additionner ces résultats partiels.

La technique inverse s'applique à des nombres comme 303 et vous l'avez sans doute appliquée vous-même automatiquement. Il n'est nullement utile de multiplier les chiffres du dividende par 3 deux fois de suite ; il suffit, sous le premier résultat partiel, de recopier celui-ci en le décalant de deux rangs vers la droite, puis d'effectuer une addition.

A présent que vous savez ajouter ou soustraire le 1/10, le 1/100, etc., d'un nombre donné, la gamme des simplifications par décomposition dont vous disposez se trouve largement accrue. Ainsi pour multiplier par 306, après avoir multiplié par 3 les chiffres du multiplicande, vous pouvez vous

contenter de doubler votre premier résultat partiel en décalant ce second résultat partiel de deux rangs vers la droite, plutôt que de multiplier par 6.

Plus ces décompositions deviennent complexes et plus leur emploi vous permet de gagner du temps. Si votre multiplicateur comporte trois chiffres et que vous parvenez à le décomposer de telle sorte que vous n'avez plus à effectuer que deux multiplications avec des multiplicateurs de un chiffre, vous avez nettement simplifié votre travail et diminué vos risques d'erreur.

Considérons par exemple une opération dans laquelle 784 serait le multiplicateur. Il n'existe pas de relation commode entre 700 et 84. Cherchons une autre décomposition. 784 peut se remplacer par (800 − 16), 16 étant exactement 2/100 de 800. Au lieu de faire une multiplication habituelle en procédant chiffre par chiffre, il nous suffira de multiplier par 800 et de soustraire de ce produit sa 2/100 partie.

Multiplication habituelle	*Simplification*
346	276800 (8 × 346)
× 784	− 5536 (2/100 du produit)
2322	271264
2768	
1384	
260164	

Pour écrire le premier résultat partiel de votre multiplication simplifiée par décomposition, il n'est pas nécessaire de recopier le multiplicande. Vous devez à présent être à même d'écrire de gauche à droite le résultat de la multiplication d'un nombre par un nombre d'un chiffre. La seconde ligne s'obtient en doublant les chiffres de la première ligne et en les disposant en commençant deux rangs plus à droite. A présent vous devez trouver plus commode de ne multiplier que par des nombres d'un seul chiffre et, dorénavant, vous pourriez décomposer votre multiplicateur en un nombre rond et en un certain nombre de dixièmes, de centièmes, etc. Ainsi 558 ne

paraît pas, au premier coup d'œil, susceptible de fournir une décomposition intéressante. Il n'existe entre 58 et 500 aucune relation simple. Cependant, 558 peut se remplacer par (600 − 42). Or 42 = 7 × 6. Pour multiplier un nombre quelconque par 558, il suffit de le multiplier par 600 et de soustraire de ce produit 7/100 de sa valeur. Après avoir multiplié par 600, il vous suffira donc de multiplier ce résultat partiel par 7 et de l'inscrire en le décalant de deux rangs vers la droite.

Les choix des multiplicateurs

Jusqu'à présent, nous nous sommes efforcés de décomposer le multiplicateur. En réalité, dans toute multiplication, on peut inverser l'ordre des facteurs sans changer le produit, à moins que des raisons spéciales n'obligent à adopter une présentation particulière.

Pourquoi cette remarque ? Parce que vous pouvez décomposer à votre guise le multiplicande ou le multiplicateur. Avant d'effectuer une opération, examinez d'un coup d'œil chacun des deux nombres. Choisissez comme multiplicateur celui que vous pouvez le plus aisément décomposer.

Soit à multiplier 69 × 58. 69 peut être remplacé par (70 − 1). 58 peut également être décomposé, mais la décomposition sera moins aisée à manier. Vous choisirez donc 69 comme multiplicateur.

Les exemples de décomposition présentés jusqu'à présent relèvent de deux types différents.

Le premier type consiste à « arrondir et à ajuster ». Il s'agit de choisir à la place du multiplicateur un nombre rond, de procéder à la multiplication et d'ajuster le résultat par addition ou soustraction du produit du multiplicande par un nombre égal à la différence entre le nombre choisi et le multiplicateur ou inversement. Prenons comme exemple 68 : on multipliera 68 par 70 et on soustraira le double du multiplicande. Cette méthode est plus pratique que de multiplier

d'abord par 6 puis par 8.

Dans le second cas, au lieu du multiplicateur on choisit un nombre rond, de telle sorte que pour obtenir l'ajustement il y ait lieu d'ajouter ou de soustraire une fraction simple du produit du multiplicande par le nombre choisi. Exemple : pour multiplier par 63, on multiplie par 70 et on soustrait du résultat 1/10 du produit. Pour 392, il faut multiplier par 400 et retrancher 2/100 de ce produit.

Pour que la différence entre ces deux systèmes de décomposition vous apparaisse plus clairement, voici les deux types de décompositions appliqués à un même nombre : 48.

1re méthode : 48 = (50 − 2). Multipliez par 50 et retranchez le produit par 2 du multiplicande.

2e méthode : 48 = (40 + 8). Multipliez par 40 et ajoutez 2/10 du produit ainsi obtenu.

De ces deux systèmes, lequel est le meilleur ? Aucun des deux, évidemment, n'est supérieur à l'autre. Tout dépend du multiplicande et de votre préférence pour opérer de telle ou telle manière. Dans l'un et l'autre cas, vous pouvez remplacer une multiplication par 8 par une multiplication par 2.

La technique de la décomposition peut être poussée plus avant jusqu'à des extrêmes impressionnants. Parfois, pour trouver dans votre décomposition des nombres faciles à manier, il n'est pas indispensable de rechercher la dizaine ou la centaine la plus proche. Ainsi 1 860 pourrait être considéré comme 1 fois 60 + 30 fois 60, et 328 comme 1 fois 8 et 40 fois ce produit.

Ce genre de décomposition est extrêmement intéressant, mais du fait de sa complexité, nous n'en aborderons pas l'étude dans cet ouvrage. Cependant, si ce genre de calcul vous séduit, vous pouvez vous amuser pendant des heures : presque tous les nombres vous offriront une décomposition d'un genre ou d'un autre. Les décompositions trop complexes sont cependant d'un intérêt douteux du point de vue de la rapidité du calcul. Vous passerez plus de temps à décomposer le multiplicateur qu'à effectuer la multiplication par la méthode habituelle. Le seul vrai moyen de déterminer l'utilité

d'une décomposition est de vous fier à votre sens des nombres. Si le premier coup d'œil ne vous indique pas la marche à suivre, la décomposition ne vous fera pas gagner de temps.

Voici deux conseils pratiques :

1. Si vous arrondissez et ajustez, regardez si le nombre qui résulte de ce changement (différence entre le nombre arrondi et le nombre donné ou inversement) vous permet une multiplication facile.
2. Après avoir arrondi le multiplicateur, pouvez-vous ajouter ou soustraire une fraction du produit qui soit aisée à calculer ?

Si, dans l'un ou l'autre cas, la réponse est oui, la décomposition vous permettra de gagner du temps et facilitera votre travail. Si la réponse est non, il y aura peut-être lieu de se rabattre sur une autre simplification.

En répondant rapidement à ce genre de question, vous verrez vite s'il y a lieu ou non de procéder à une décomposition. Voici quelques multiplicateurs. Voyez si vous pouvez trouver pour chacun d'eux des décompositions intéressantes.

58	936	52
197	78	392
72	180	9
288	29	54
36	192	18
69	784	27
63	88	90
270	89	582
686	240	39
26	714	3 984

Chacun de ces nombres peut être décomposé de telle sorte que votre travail en sera facilité. Certaines de ces décompositions vous feront gagner du temps, d'autres vous permettront de substituer à la multiplication du multiplicande par un chiffre élevé une simple addition ou soustraction. D'autres encore vous permettront de réduire dans votre multiplication

le nombre des résultats partiels appelés ensuite à être additionnés.

Pour certains de ces nombres, vous trouverez plusieurs décompositions. Nous ne vous donnons que la réponse la plus simple et en fait la plus utilisable. Comme ces décompositions relèvent des deux types déjà mentionnés, nous les affecterons de la lettre N pour signifier que l'ajustement correspond à l'emploi d'un deuxième nombre, ou P pour signifier qu'il s'agit d'une fraction du produit.

Ainsi 58 est à remplacer par 60 − 2... N. En ce cas, vous multipliez par 60 et vous soustrayez le produit du multiplicande par 2. 72 sera remplacé par 80 − 1/10 du produit (P) ; il y a donc lieu de multiplier le multiplicande par 80 et de soustraire du résultat obtenu 1/10 de ce résultat.

Voici les décompositions :

58 (60 − 2N)	78 (80 − 2N)
197 (200 − 3N)	180 (200 − 1/10P)
72 (80 − 1/10P)	29 (30 − 1N)
288 (300 − 4/100P)	192 (200 − 4/100P)
36 (30 + 2/10P)	784 (800 − 2/100P)
69 (70 − 1N)	88 (80 + 1/10P)
63 (70 − 1/10P)	89 (90 − 1N)
270 (300 − 1/10P)	240 (200 + 2/10P)
686 (700 − 2/100P)	714 (700 + 2/100P)
26 (20 + 3/10P)	52 (50 + 2N)
936 (900 + 4/100P)	392 (400 − 2/100P)
9 (10 − 1N)	90 (100 − 10N)
54 (60 − 1/10P)	582 (600 − 3/100P)
18 (20 − 1/10P)	39 (40 − 1N)
27 (30 − 1/10P)	3 984 (4 000 − 4/1 000P)

Il est bon de souligner deux ou trois points. Il peut vous sembler bizarre de décomposer 9. La chose est néanmoins possible et vous souhaiterez peut-être vous servir de cette simplification. Par exemple, dans le cas d'une multiplication par 9, il sera parfois plus commode de multiplier par 10 et de re-

trancher de ce produit la valeur du multiplicande.

Il en est de même dans le cas de 90. Il s'agit évidemment de la même décomposition, mais on remplacera 90 par (100 − 10).

Décomposer 26 en 20 plus 3/10 du produit ne facilite pas en un certain sens le travail. Cette décomposition a l'avantage de vous offrir un choix. Pour le second résultat partiel, ou vous multipliez par 3 le dixième de votre premier résultat partiel, ou vous multipliez par 6 le multiplicande. En règle générale, il est plus facile de multiplier par un chiffre moins élevé que par un grand chiffre ; en l'occurrence vous choisirez 3. La décomposition de 26 n'est pas en soi une simplification, mais elle facilite quand même votre calcul.

La décomposition appliquée à la soustraction

Le procédé de la décomposition s'applique surtout à la multiplication. On ne peut s'en servir pour simplifier le calcul de la division et elle ne permet aucun gain de temps dans l'addition. Cependant, dans le cas de la soustraction, ce procédé peut accélérer le calcul, à condition qu'il existe un certain rapport entre les deux nombres intéressés.

La technique à employer consiste à arrondir le nombre à soustraire au nombre rond le plus proche par excès, et à ajouter la même quantité au nombre le plus grand de la soustraction. De la sorte, l'opération prend une forme qui vous permet de voir le résultat d'un seul coup d'œil.

Soit la soustraction 64 ôté de 98. Vous commencez par ajouter 6 à 64, ce qui donne 70. De même vous ajoutez 6 à 98, soit 104, et votre soustraction devient 70 ôté de 104. De même pour ôter 297 à 465, vous ajoutez 3 à 297, soit 300, et vous retranchez ce nombre de 468 ; la réponse est automatique, soit 168.

Le principal champ d'application de cette technique consiste à ajuster le nombre à soustraire en lui ajoutant une ou deux unités lorsque cette addition permet de l'arrondir. Si

l'ajustement est plus important, la méthode de la soustraction par complément vous permettra d'opérer avec plus de rapidité.

Dans certains cas spéciaux, la décomposition peut néanmoins être utile, même si le chiffre à ajouter est assez important. Soit à retrancher 49 993 de 68 459 :

Opération habituelle	*Simplification*
68459 − 49993 18466	En ajoutant 7 aux deux nombres on peut d'un coup d'œil retrancher 50 000 de 68 466, soit 18 466.

Certes, vous ne rencontrerez pas tous les jours des soustractions aussi simples, mais cette petite astuce vaut la peine d'être retenue, car de temps à autre une soustraction de cet ordre se présentera à vous.

13. La simplification par emploi de sous-multiples et de fractions

On dit qu'une quantité est aliquote lorsqu'elle est contenue un certain nombre de fois dans une autre quantité. A cet adjectif, nous préférerons les notions de sous-multiples et de fractions. Ainsi 25, sous-multiple de 100, peut être remplacé par le quart de 100. De même 8 est la moitié de 16. Peut-être n'avez-vous pas mesuré toute l'importance que les sous-multiples et les fractions peuvent prendre du point de vue du calcul et de sa simplification.

Ainsi, pour multiplier par 25, il suffit de multiplier par 100 et de diviser le résultat par 4. Soit 682 × 25.

Opération habituelle

```
  682
× 25
------
 1364
 3410
------
16050
```

Simplification

```
68200 | 4
2     | 17050
```

Cette méthode intéresse non seulement 25, 250, 2 500, etc., mais des nombres tels que 12,5 qui est le 1/8 de 100. Le même rapport existe entre 125 et 1 000, entre 1,25 et 10, etc.

Soit l'opération 965 × 12,5. Comme vous le verrez, choisir une simplification est tout indiqué dans ce cas.

Opération habituelle

```
   965
 × 12,5
 ------
  0965
  1930
  4825
 ------
 00962,5
```

Simplification

```
96500 | 8
1  24 | 1206,5
```

5 est un sous-multiple de 10. Au lieu de multiplier par 5, faut-il multiplier par 10 et diviser par 2 ? A vous de choisir.

Dans le chapitre précédent nous avons exposé une méthode analogue pour 50. De par leur nature, les divers genres de simplifications se recoupent les uns les autres.

A partir des deux sous-multiples de 10 (2 et 5), on peut déduire des fractions faciles à manier. Voici les 11 conversions par fractions ou sous-multiples que nous emploierons couramment (calculons-les par rapport à 100 pour supprimer les décimales) :

125	1/8 de 1 000
200	1/5 de 1 000
250	1/4 de 1 000
375	3/8 de 1 000
400	2/5 de 1 000
500	1/2 de 1 000
600	3/5 de 1 000
625	5/8 de 1 000
750	3/4 de 1 000
800	4/5 de 1 000
875	7/8 de 1 000

D'autres fractions sont également intéressantes du fait de leur valeur approchée et l'on peut être amené à considérer 33 comme le 1/3 de 100, mais il y a lieu de se rappeler qu'il ne

s'agit là que d'un résultat approché. Les fractions ayant 16 pour dénominateur (1/16, 2/16, etc.) peuvent être intéressantes, car la division de 1 par 16 tombe juste, à condition de la pousser jusqu'à la quatrième décimale (0,0625). 1/16 de 10 000 égale 625, 2 1/16 de 10 000 égale 1 250, 3 1/16 de 10 000 égale 1 875, etc. Cependant, du fait que la fraction comporte deux chiffres au dénominateur, l'emploi des seizièmes sera relativement rare.

Parfois on aura intérêt à employer certaines fractions comme 3/8 ou 0,375. Par exemple, pour multiplier par 375, il suffira de multiplier par 1 000 en ajoutant trois 0, puis de diviser par 8 et de multiplier le résultat par 3. Bien que l'opération implique une division par 8 et une multiplication par 3, elle n'en est pas moins plus simple que de procéder à une multiplication par 375, qui implique trois multiplications par un chiffre et une addition de ces trois résultats partiels. Voici une comparaison entre ces deux méthodes :

Opération habituelle

$$\begin{array}{r} 843 \\ \times\ 375 \\ \hline 2529 \\ 5801 \\ 4215 \\ \hline 205125 \end{array}$$

Simplification

$$\begin{array}{rl} 843000 & \big\lfloor\ 8 \\ 364 & \quad 105375 \end{array}$$

Multiplié par 3 égale 0 3 1 5 1 2 5.

Effectuez l'opération suivante :

$$\begin{array}{r} 24747 \\ \times\ 25. \\ \hline \end{array}$$

Remplacer 25 par 1 /4 de 100 vous facilitera la tâche. Voici la simplification :

$$\begin{array}{r|l} 2\,4\,7\,4\,7\,0\,0 & 4 \\ \hline 3\,2\,3\,2 & 6\,1\,8\,6\,7\,5 \end{array}$$

Faites la multiplication par le procédé habituel et comparez les deux systèmes. Faisons encore quelques exercices avant d'approfondir l'étude de ce type de simplification. L'opération peut être effectuée en utilisant des simplifications successives. Découvrez ces simplifications sur l'opération suivante :

$$\begin{array}{r} 3\,6\,5\,4 \\ \times\ 6\,2\,5 \\ \hline \end{array}$$

Cachez la réponse à l'aide de votre bloc. Une fois le travail effectué, considérez la marche à suivre :

Opération habituelle

$$\begin{array}{r} 3\,6\,5\,4 \\ \times\ 6\,2\,5 \\ \hline 1\,1\,9\,2\,4 \\ 0\,7\,3\,0\,8 \\ 1\,8\,2\,7\,0 \\ \hline 2\,1\,7\,3\,6\,5\,0 \end{array}$$

Simplification

$$\begin{array}{r|l} 3\,6\,5\,4\,0\,0\,0 & 8 \\ \hline 4\,5\,6\,4 & 4\,5\,6\,7\,5\,0 \end{array}$$

Multiplié par 5 donne : 2 2 8 3 7 5 0.

Seconde simplification : au lieu de multiplier par 5 le quotient, vous pouvez le diviser par 2 en ajoutant un 0 à la droite du résultat. Pour cela, il vous suffit, sous le quotient de la division par 8, d'inscrire le résultat de la division par 2 en ajoutant un 0 à droite.

Cette simplification facilite le calcul, surtout lorsqu'il s'agit d'opérations compliquées.

Revoyez ce problème en comparant la multiplication et la solution simplifiée.

Tous nos calculs ne sont pas uniquement basés sur le sys-

tème décimal ; nous comptons les heures parfois de 0 à 12 et parfois de 0 à 24. La fraction 1 /12 ne peut s'exprimer sous la forme d'un nombre exact ; cependant, à titre d'approximation, on peut admettre que 1 /12 égale 0,083. Nous donnons ci-après la valeur de certaines fractions du nombre 1 000.

83	1 /12	de	1 000	583	7 /12	de	1 000
167	1 /6	de	1 000	667	2 /3	de	1 000
333	1 /3	de	1 000	833	5 /6	de	1 000
417	5 /12	de	1 000	917	11 /12	de	1 000

Rappelons que les tiers, les sixièmes et les douzièmes ne sont exprimés que sous des valeurs approchées.

L'emploi des sous-multiples et des fractions appliqué à la division

A la différence de la simplification par décomposition, la simplification par emploi de sous-multiples et de fractions est aussi précieuse dans le cas de la division que dans celui de la multiplication. Pour appliquer à la division les règles édictées pour la multiplication, il suffit d'inverser les termes de la fraction. En effet, pour multiplier un nombre par une fraction, on le multiplie par le numérateur de la fraction et on divise le résultat par le dénominateur de la fraction. Pour diviser un nombre par une fraction on se contente de le multiplier par la fraction renversée.

On a vu que pour multiplier un nombre par 50, nous avons remplacé 50 par 1 /2 de 100, autrement dit ajouté deux 0 au multiplicande avant de le diviser par 2. Dans le cas d'une division, on sera amené, avant de procéder à une multiplication, à diviser le nombre par 10, 100, etc., et le plus souvent à insérer une virgule, ce qui transformera le dividende en nombre décimal.

Commençons par un exemple simple, tel diviser un nombre par 25, que nous remplacerons par 1 /4 de 100.

Opération habituelle		*Simplification*
9600 | 25		96,00
21	384	× 4
1		384

Remarquez qu'en divisant par 100 nous avons placé notre virgule à gauche du deuxième chiffre en partant de la droite. Si, au lieu de diviser par 25, nous avions divisé par 2,5, autrement dit par 1 /4 de 10, nous aurions placé la virgule à gauche du premier chiffre en partant de la droite avant de diviser par 4. Pour diviser par 250 nous aurions placé notre virgule à gauche du troisième chiffre en partant de la droite.

Dans ce genre d'opération, l'emploi de la virgule se justifie généralement par le fait que le quotient n'est que rarement un nombre entier. Ne vous fiez donc pas sur ce point à l'exemple indiqué ci-dessus, lequel a été choisi pour des raisons de simplicité. Si nous avions eu à diviser 9 643 par 25, un simple coup d'œil nous aurait permis de savoir que la division admettrait un reste, car après avoir divisé par 100 nous aurions eu à multiplier 96,43 par 4 et le résultat aurait été évidemment un nombre décimal.

Entraînez-vous en procédant à une division un peu plus importante :

73984 : 125

Le moyen approprié est de remplacer 125 par 1 /8 de 1 000. Nous divisons donc par 1 000 en plaçant une virgule à gauche du troisième chiffre en partant de la droite. Voici le mécanisme de l'opération :

$$\begin{array}{r} 73{,}984 \\ \times\ 8 \\ \hline 581{,}872 \end{array}$$

Si vous en avez le désir, divisez 73 984 par 125 selon la

méthode habituelle et vérifiez ainsi le résultat. Incidemment, comparez la facilité relative des deux procédés.

La multiplication s'effectuant de gauche à droite, il ne vous sera peut-être pas indispensable de l'effectuer jusqu'au bout. Opérez jusqu'à obtenir le nombre de chiffres significatifs souhaité et arrêtez-vous là. Si les 1/10 vous suffisent, poussez jusqu'au deuxième chiffre après la virgule et arrondissez : vous obtenez 591,9.

Nous avons rappelé que pour diviser un nombre par une fraction on le multiplie par la fraction renversée. Si le choix de votre simplification vous conduit à manipuler des 5/8 au lieu de multiplier par 5 et de diviser par 8, il vous faudra multiplier par 8 et diviser par 5. Soit à diviser :

$$40530 : 87,5$$

en choisissant une méthode de simplification.

Choisissons notre méthode de simplification. 87,5 égale 7/8 de 100. Nous commençons par diviser le dividende par 100 en plaçant une virgule à gauche du deuxième chiffre en partant de la droite. Nous multiplions ensuite le nombre obtenu par 8 et nous divisons le résultat de cette multiplication par 7.

$$\begin{array}{r} 405,30 \\ \times\ 8 \\ \hline 3242,4 \end{array}$$

Directement à la suite de cette multiplication vous procéderiez à la division par 7 :

$$\begin{array}{r|l} 3242,4 & 7 \\ 421 & 463,2 \end{array}$$

Le procédé est bien plus rapide que d'effectuer une division, même ne comportant que trois chiffres au diviseur.

Voici encore une opération à effectuer en adoptant une simplification :

$$29700Ø : 75$$

On remplacera 75 par 3/4 de 100.

On divisera par 100 et, dans le cas considéré, il suffira de barrer les deux 0 du dividende. On multiplie ensuite par 4 :

$$\begin{array}{r} 297 \\ \times\ 4 \\ \hline 0188 \end{array}$$

A présent, divisez par 3 (en pratique vous le feriez sans poser l'opération).

On obtient 396 et un reste nul. Vous voyez donc que pour diviser 29 700 par 75, il vous suffit de faire une multiplication par 4, suivie d'une division par 3.

Remplacement des fractions par des nombres décimaux simples

En vous reportant à la table que nous vous avons donnée des principales fractions à utiliser, vous verrez d'un simple coup d'œil que certaines de ces fractions peuvent être remplacées par un nombre décimal de forme simple ; ainsi 4/5 par 0,8, 2/5 par 0,4. Cette constatation vous permettra le plus souvent de remplacer votre fraction par le nombre décimal équivalent. Prenons un exemple : soit à multiplier 287 par 3/5.

La méthode habituelle consisterait à multiplier 287 par 3 et à diviser le résultat par 5. Il est beaucoup plus aisé de remplacer 3/5 par 0,6 et donc de multiplier 287 par 6 et de diviser le résultat par 10.

$$\begin{array}{r} 287 \\ \times\ 0,6 \\ \hline 162,2 \end{array}$$

La leçon à retenir de cette substitution d'une simplification à une autre est qu'aucun moyen de calcul n'exclut l'emploi d'un autre moyen ; il faut adopter celui qui simplifie le plus vos calculs. Parfois, vous simplifierez par décomposition d'un nombre donné en deux nombres, parfois vous utiliserez les fractions et, à d'autres moments, vous serez amené à procéder à des mises en facteur, une technique que nous n'avons pas encore abordée.

14. Les facteurs

Le plus souvent, nous nous souvenons parfaitement de cette notion qui nous a été enseignée à l'école. Au lieu de considérer l'emploi des facteurs comme un exercice relevant des activités de l'écolier, nous allons montrer comment l'emploi des facteurs peut parfois simplifier grandement la multiplication ou la division.

En mathématiques le terme de facteurs s'applique aux divers éléments d'une multiplication, aux deux termes d'un produit par exemple. $2 \times 3 = 6$. 2 et 3 sont des facteurs du nombre 6.

Les trois quarts des nombres, ou à peu près, peuvent être mis en facteurs. Autrement dit, ils peuvent être remplacés par un produit de deux ou de plusieurs nombres, qui sont leurs facteurs. Dans les cent premiers nombres (de 1 à 100), il n'existe que vingt-six nombres dits premiers, qui ne sont divisibles que par 1 ou par eux-mêmes. 1 et 2 sont des nombres premiers. Il en est de même de 3, mais 4 peut être remplacé par 2×2, donc mis en facteurs.

Avant d'indiquer le processus de la mise en facteurs, voyons comment ce genre de calcul nous sera utile. L'emploi des facteurs constitue une puissante méthode de simplification, tant dans la multiplication que dans la division. Pour multiplier

un nombre donné par un nombre mis en facteurs, il suffit de multiplier ce nombre par le premier facteur, puis le produit obtenu par le second facteur et ainsi de suite. Où est la simplification ? Voyez donc :

$$\begin{array}{r} 684 \\ \times\ 56 \\ \hline \end{array}$$

Le mécanisme consiste d'abord à choisir le nombre susceptible d'être mis en facteurs. Comme nous vous l'avons dit, dans une multiplication on peut choisir l'un quelconque des deux nombres comme multiplicateur sans changer le produit, mais dans le cas de l'emploi d'une mise en facteurs, il est généralement indiqué de mettre en facteurs le plus petit des deux nombres impliqué dans la multiplication.

Prenons donc 56 comme multiplicateur. Peut-il être mis en facteurs ? Voyez-vous deux nombres qui, multipliés l'un par l'autre, donnent 56 ? Votre connaissance de la table de multiplication vous fait automatiquement penser au produit 8×7. La simplification, dans le cas d'une multiplication par 56, consistera donc à multiplier le multiplicande par 7, puis le produit obtenu par 8. Comparez ce procédé au procédé habituel.

Opération habituelle	*Simplification par emploi de facteurs*
684	684
× 56	× 7
3420	4788
3004	× 8
38304	37204

Les procédés employés dans ces deux exemples peuvent paraître aussi longs quant au processus employé. Cependant, le procédé habituel implique une multiplication par 5, une multiplication par 6 et une addition. Par la mise en facteurs, vous devez successivement multiplier par 7, puis par 8, mais

sans addition du produit partiel. C'est là une économie d'un tiers du temps passé à effectuer des opérations. Etant donné :

$$\begin{array}{r} 793 \\ \times\ 28 \\ \hline \end{array}$$

voyez si vous trouvez une décomposition en facteurs. Si vous avez réussi à voir d'un seul coup les facteurs du nombre 28, comparons à présent les deux méthodes :

Opération habituelle		*Simplification par emploi de facteurs*
793		793
× 28	·	× 4
1586		2172
5344		× 7
21104		21104

Nous avons une fois de plus évité d'avoir à ajouter des produits partiels. Il vous a suffi de multiplier par 4, puis par 7, et vous avez obtenu automatiquement le résultat. Effectuez vous-même l'opération suivante :

$$\begin{array}{r} 267 \\ \times\ 36 \\ \hline \end{array}$$

Dans le cas de ce problème, on peut utiliser deux décompositions en facteurs différentes. Ainsi 36 peut être remplacé par 6×6 ou par 4×9. On obtiendra le même résultat en utilisant n'importe quelle série de facteurs appropriés.

267	267
× 6	× 4
1502	0068
× 6	× 9
09612	09512

Incidemment 36 peut être décomposé différemment. Ce nombre est par exemple égal à 2×18, ou 3×12, mais il n'est pas pratique de multiplier par 18 ou par 12 qui sont des nombres à deux chiffres. On sera peut-être amené à employer ces facteurs dans des opérations plus longues, mais la simplicité est toujours payante.

Comment décomposer un nombre en facteurs

Dans le cas des nombres inférieurs à 100, vous devriez pouvoir reconnaître aisément les facteurs. Il est particulièrement intéressant d'employer des facteurs de un chiffre et ceux-ci nous conduisent jusqu'à $9 \times 9 = 81$. Certains de ces nombres pourront être décomposés en produits de trois facteurs (certains de ces facteurs étant de deux chiffres). Ajoutons que sur les 100 premiers nombres, 74 d'entre eux peuvent être mis en facteur. Pour commencer, examinez les nombres entre 40 et 49 pour voir vos possibilités de mise en facteurs.

40	5×8	45	5×9
	10×4		3×15
	20×2	46	2×23
41	nombre premier	47	nombre premier
42	6×7	48	6×8
	2×21		3×16
	3×14		4×12
43	nombre premier		2×24
44	4×11	49	7×7
	2×22		

Ce n'est point parce que vous pouvez décomposer en facteurs sept sur dix de ces nombres (parfois de diverses manières) que vous devez vous croire obligé de toujours utiliser ce genre de simplification. La règle la plus importante reste valable en matière de simplification : cherchez d'un coup d'œil à déceler les éventuelles simplifications et voyez si elles vous font gagner

du temps. Dans certains cas, bien qu'ayant constaté que la mise en facteurs était possible, vous utiliserez un autre genre de simplification, ou vous vous contenterez d'opérer en employant une méthode de calcul rapide.

A titre d'exercice, examinez les nombres de 30 à 40 pour voir s'ils peuvent être décomposés en facteurs. Sur votre bloc, notez toutes les possibilités avant d'examiner le tableau ci-après.

30	2×15	35	5×7
	5×6	36	4×9
	10×3		6×6
31	nombre premier		2×18
32	4×8		3×12
	2×16	37	nombre premier
33	3×11	38	2×19
34	2×17	39	3×13

Délaissons les nombres inférieurs à 100. Certains d'entre eux, quoique décomposables en facteurs, seront plus faciles à manier directement : 38 par exemple. Cependant, l'emploi d'un facteur de deux chiffres peut être très précieux dans le cas d'un nombre de plusieurs chiffres.

Dans le cas des nombres plus grands que 100, il est souvent malaisé de reconnaître d'un coup d'œil les facteurs qui les composent, mais la décomposition en facteurs est d'autant plus précieuse que le nombre est grand, car les simplifications qu'elle introduit deviennent de plus en plus spectaculaires à mesure que les nombres à manier sont importants. Comment voir d'un coup d'œil que $261 = 9 \times 29$, que $536 = 8 \times 87$? Divers procédés existent, qui permettent de voir si un nombre quelconque admet comme sous-multiple un nombre d'un chiffre. Le chapitre traitant de la preuve par 9 vous a déjà enseigné un de ces procédés. La somme des chiffres du nombre 261 est égale à 0 dans cette technique. Le reste de la division de 261 par 9 est nul. 9 est donc un facteur de 261.

De même le procédé de la preuve par 11 nous permet de déterminer si un nombre est divisible par 11, ou si la division par 11 admet un reste. Dans le premier cas, 11 est un facteur.

Nous donnons ci-après les procédés permettant de voir si un nombre est divisible par les nombres compris entre 2 et 12, le nombre 7 excepté.

Caractères de divisibilité

2 - Pour qu'un nombre soit divisible par 2, il faut et il suffit que son dernier chiffre soit pair.
3 - Pour qu'un nombre soit divisible par 3, il faut et il suffit que la somme de ses chiffres soit divisible par 3.
4 - Pour qu'un nombre soit divisible par 4, il faut et il suffit que le nombre formé par ses deux derniers chiffres soit divisible par 4.
5 - Pour qu'un nombre soit divisible par 5, il faut et il suffit que son dernier chiffre soit un 0 ou un 5.
6 - Pour qu'un nombre soit divisible par 6, il faut et il suffit qu'il soit à la fois divisible par 2 et par 3.
7 - La règle de la divisibilité par 7 est trop compliquée pour que nous puissions commodément l'utiliser dans nos calculs.
8 - Pour qu'un nombre de trois chiffres ou davantage soit divisible par 8, il faut et il suffit que ses trois derniers chiffres soient divisibles par 8. Dans la pratique, nous verrons un peu plus loin comment déterminer d'une façon simple le caractère de la divisibilité par 8.
9 - Pour qu'un nombre soit divisible par 9, il faut et il suffit que la somme de ses chiffres soit divisible par 9. 9 peut être décomposé en 3×3, mais ce faisant nous serions amenés à multiplier par 3 l'autre facteur impliqué dans notre décomposition.
10 - Pour qu'un nombre soit divisible par 10, il faut et il suffit que son dernier chiffre soit un 0.
11 - Pour qu'un nombre soit divisible par 11, il faut et il

suffit que la différence des sommes des chiffres de rangs impairs et des chiffres de rangs pairs soit 0 ou un multiple de 11.

12 - Pour qu'un nombre soit divisible par 12, il faut et il suffit qu'il soit divisible à la fois par 3 et par 4.

Reprenez les deux exemples mentionnés plus haut et vérifiez à l'aide de ces règles leurs caractères de divisibilité. Exemple : 261 est-il divisible par 9 ? 2 + 6 + 1 = 9. Oui. Comment déterminer l'autre facteur du produit ? Tout simplement en divisant par 9, opération simple puisque le diviseur ne comporte qu'un chiffre. On trouve 29 × 9 = 261.

Essayez à présent sur 536. Le nombre se terminant par 36, qui est divisible par 4, 4 peut être pris comme facteur. En divisant 536 par 4, on trouve l'autre terme du produit. On obtient 124 qui, lui-même étant pair, est divisible par 2 ; on pourra donc adopter 536 = 8 × 67. Le procédé le plus simple pour voir si un nombre est divisible par 8 est de vérifier s'il est divisible par 4, de déterminer l'autre terme du produit et, si celui-ci est pair, de le diviser par 2 en adoptant 8 comme facteur.

En règle générale, lorsqu'on décompose un nombre en un produit de deux facteurs, il vaut mieux choisir comme premier facteur un nombre aussi grand que possible, ce qui diminue en conséquence le second facteur. Ainsi il sera plus aisé de remplacer 536 par 8 × 67 que de lui substituer 4 × 134. Entraînez-vous à chercher des facteurs intéressants pour les nombres qui suivent :

114	603	392
345	159	139
486	546	243

L'un de ces nombres est un nombre premier ; tous les autres peuvent donc être décomposés en facteurs. Voici comment nous opérerons pour tous ces nombres, l'avant-dernier excepté : 114. - Se terminant par un nombre pair, est divisible par 2. La somme des chiffres donne 6 ; il est aussi divisible par 3.

Nous pouvons donc écrire $114 = 19 \times 6$.

345. - Se terminant par 5, est divisible par 5. On adoptera $345 = 5 \times 69$. Certes la somme des chiffres est divisible par 3 et nous aurions pu prendre 3×115, mais 115 eût été plus difficile à manier que 69.

486. - La somme des chiffres est divisible par 9. On adoptera : $486 = 9 \times 54$.

603. - A nouveau la somme des chiffres est divisible par 9. On adoptera : $603 = 9 \times 67$.

159. - La somme des chiffres est divisible par 3 et non par 9. D'autre part, comme le dernier chiffre de ce nombre n'est ni pair, ni égal à 5, ce nombre n'est pas divisible par 3, par 5, par 6, par 8 ou par 9. Le seul facteur d'un seul chiffre sera donc 3 et on adoptera : $159 = 3 \times 53$.

546. - La somme des chiffres est divisible par 3 et le nombre se termine par un chiffre pair. 6 peut donc être pris comme facteur. On adoptera : $546 = 6 \times 91$.

392. - Ce nombre est divisible par 2 et même, en raison de ses deux derniers chiffres, par 4. La somme de ses chiffres (5) prouve qu'il n'est pas divisible par 3. En divisant par 4 on obtient 98 (nombre pair et divisible par 2). On adoptera donc $392 = 8 \times 49$.

139. - Est un nombre premier. Vous pouvez vérifier en divisant successivement par les divers nombres premiers jusqu'à 11 inclus.

243. - La somme des chiffres est divisible par 9. On adoptera donc $243 = 9 \times 27$.

Produit de trois facteurs

Pour multiplier un nombre par 56, nous avons vu qu'il était plus simple de multiplier ce nombre par 8 puis le produit par 7, ce qui, par rapport à la multiplication habituelle, supprimait l'addition des résultats partiels. Dans le cas de 243, faut-il adopter la multiplication classique ou multiplier le multiplicande par 9, puis le produit par 27 ? Une troisième

méthode est possible. On peut multiplier le multiplicande par 9, le produit obtenu par 9 à nouveau et le produit de cette seconde multiplication par 3. Comme vous le voyez ci-dessous, dans les trois cas, le résultat est le même.

Opération habituelle	*Deux facteurs*	*Trois facteurs*
784	784	784
× 243	× 9	× 9
1568	6056	6056
2136	× 27	× 9
2352	14112	63404
189412	49392	× 3
	180412	180512

Dans l'opération classique, vous multipliez successivement par les trois chiffres du multiplicateur et vous additionnez les trois produits partiels. Dans le second cas, vous avez effectué une multiplication par un chiffre, puis une seconde fois par un nombre de deux chiffres et dans cette seconde multiplication vous avez fait une addition de deux résultats partiels. Dans le troisième cas, vous avez fait trois multiplications avec un multiplicateur d'un chiffre et vous n'avez fait aucune addition.

Voyez si, pour l'opération suivante :

$$\begin{array}{r} 847 \\ \times\ 336 \\ \hline \end{array}$$

vous pouvez décomposer un de ces deux nombres en un produit de trois facteurs, comportant chacun un seul chiffre. 336 peut se décomposer de plusieurs façons. Vous pourriez chercher à mettre 6 en facteur ou commencer par 4 puisque 36 est divisible par 4. En commençant par 4 vous trouvez 4×84. Or 84 est divisible par 2 ; vous adoptez donc 8×42 ou plutôt $8 \times 6 \times 7$.

Point que nous n'avons pas encore souligné, dans le cas de

plusieurs facteurs, il est plus rapide de commencer par multiplier le multiplicande par le plus élevé des facteurs. En effet, dans la multiplication, plus le nombre par lequel nous multiplions est grand, plus nous opérons rapidement et, dans une telle succession de multiplications, nos produits intermédiaires ne cessent de croître. Voici l'opération :

$$\begin{array}{r} 847 \\ \times\ 8 \\ \hline 6776 \\ \times\ 7 \\ \hline 46\underline{3}32 \\ \times\ 6 \\ \hline 284592 \end{array}$$

L'opération est-elle-juste ? Faites la preuve par 9 ou par 11 et voyez.

L'emploi des facteurs dans la division

Les facteurs sont aussi commodes pour la simplification des divisions que pour celle des multiplications. La division est, de toutes les opérations, celle qui nous paraît la plus compliquée ; aussi vous semblera-t-il judicieux d'opérer avec un diviseur d'un seul chiffre plutôt qu'avec un diviseur comportant plusieurs chiffres.

La division relevant d'un processus inverse de celui de la multiplication, l'emploi des facteurs dans le cas de la division relèvera donc d'une règle inverse. Il s'agit de décomposer le diviseur en facteurs et de diviser le dividende par un premier facteur, le quotient obtenu par un second facteur, etc. Examinez le processus sur le cas suivant :

137214 : 63

Nous remplacerons 63 par 7 × 9. On commencera par diviser par 7.

```
1 3 7 2 1 4 | 7
            1 9 6 0 2
```

Divisez ce quotient par 9 :

```
1 9 6 0 2 | 9
          2 1 7 8
```

Comparez cette solution à la division habituelle :

```
1 3 7 2 1 4 | 6 3        ce qui se lit (2 1 7 8)
✗ 7 4       1 1 7
  1 1
  1 ✗ 9
      5 0
      ✗ 6 3
```

D'un simple coup d'œil, vous constatez que le procédé de la division par facteur est plus simple, surtout si vous vous contentez d'opérer directement. L'opération se présentera alors comme suit :

```
1 3 7 2 1 4 : 7
  1 9 6 0 2 : 9
    2 1 7 8
```

Disposition très simple, vous avez divisé d'abord par le premier facteur, puis le quotient obtenu par le second facteur. Il ne s'agit en fait que d'une image condensée des deux stades du processus indiqués dans l'opération précédente. En pratique, vous rédigeriez la solution de cette façon, mais peut-être sans vous donner le mal de recopier le dividende sur une première ligne.

Par quel facteur faut-il commencer ?

Dans le cas de la multiplication, nous nous servons pour commencer du nombre le plus aisé. Dans le cas de la division, il faut habituellement commencer par diviser par le plus petit des deux ou des trois facteurs. Nos quotients intermédiaires décroissent à mesure que nous progressons. Toutefois, il est souvent utile d'adopter une autre règle et, dans le cas de deux ou plusieurs facteurs, dont certains sont pairs et d'autres impairs, de commencer par diviser le dividende par un facteur impair si ce dividende est un nombre impair ; inversement on commencera par un facteur pair si ce dividende est pair. Exemple :

$$10619 \mid 28$$

28 étant remplacé par 4×7. Remarque : une telle division admettra obligatoirement un reste puisque les deux derniers chiffres du dividende ne sont pas divisibles par 4.

$$\begin{array}{l} 10619 \mid 7 \\ \quad\quad\;\; 1517 \end{array}$$

Si nous avions commencé par diviser par 4, le quotient partiel obtenu se présenterait comme suit :

$$\begin{array}{l} 10619 \mid 4 \\ \quad\quad\;\; 2654{,}75 \end{array}$$

De toute évidence, il vaut mieux commencer par diviser par 7 et une seconde division, cette fois par 4, donne le résultat final :

$$\begin{array}{l} 1517 \mid 4 \\ \quad\;\; 379{,}25 \end{array}$$

Si en repartant du quotient obtenu par la division par 4, soit

2 654,75, nous avions divisé ce nombre par 7, nous aurions obtenu ce même résultat définitif : 379,25. Notre tâche aurait été un peu plus compliquée en raison des décimales du premier quotient.

En choisissant l'ordre d'emploi des facteurs en fonction de la nature du dernier chiffre du dividende (pair ou impair), nous éviterons souvent d'avoir à manipuler des décimales. Autre remarque : si le premier quotient est un nombre décimal, vous négligerez éventuellement ces décimales compte tenu de la précision que vous désirez obtenir.

Facteurs communs

Parfois le dividende et le diviseur admettent comme facteur un des facteurs de votre décomposition. Voyez d'un coup d'œil si c'est le cas. Si oui, vous savez à l'avance qu'en divisant le dividende par ce facteur votre division n'admettra pas de reste. A présent procédez à une division en ayant recours aux facteurs du multiplicateur :

32904	72

Du premier coup d'œil vous remplacerez 72 par 8×9. Le dividende se terminant par 2, nous commencerons par le diviser par 8 et nous diviserons le quotient par 9. Voici le résultat :

32904	8
4113	9
457	

Emploi de trois facteurs dans la division

De même que dans le cas de la multiplication, l'emploi de trois facteurs peut parfois simplifier les calculs de la division

et les rendre plus rapides.

Dans le cas de la multiplication, cet emploi de trois facteurs (voire davantage) simplifie ou supprime l'addition des résultats partiels. Dans le cas de la division, cette technique permet d'opérer successivement avec des diviseurs réduits à un chiffre, au moins un certain nombre de fois. Si en définitive il ne nous reste qu'un facteur de deux ou trois chiffres, nous aurons quand même simplifié le processus puisque initialement le diviseur en comportait davantage. Soit à diviser :

4 7 9 8 5 2 1 : 5 6 7

Examinez d'abord le diviseur. 567 est divisible par 9. En divisant par ce nombre nous trouvons 63, qui n'est autre que 7×9. Donc 567 peut être remplacé par $9 \times 9 \times 7$ (trois facteurs de un chiffre).

Tous ces facteurs étant impairs, commençons donc par diviser par 7. Voici la solution :

4 7 9 8 5 2 1 : 7
6 8 5 5 0 3 : 9
7 6 1 6 7 : 9
8 4 6 3

Entre la solution classique et cette solution quelle différence y a-t-il ? Nous avons remplacé une division impliquant un dividende de trois chiffres par trois divisions ayant chacune un diviseur de un chiffre. Faites vous-même un exercice du même genre :

1 7 2 0 3 2 : 2 2 4

Commencez par voir si vous pouvez décomposer le diviseur en facteurs. La somme des chiffres étant 8, le nombre n'est pas divisible par 3, ni a fortiori par 9. Les deux derniers chiffres nous apprennent que ce nombre est divisible par 4 et, en effectuant de tête l'opération, nous trouvons 56. Ce nombre

admet donc 8 comme facteur, ce qui nous laisse 28, autrement dit 4×7. Nous pouvons donc remplacer 224 par $4 \times 7 \times 8$. Le dividende étant pair, commençons par diviser par 4 ; la solution se présente comme suit :

```
1 7 2 0 3 2 : 4
  4 3 0 0 8 : 7
    6 1 4 4 : 8
      7 6 8
```

Vous voyez, ce n'est guère difficile. Parfois vous pourrez décomposer un nombre en deux facteurs, le premier d'un chiffre, le second de deux chiffres, mais sans pouvoir décomposer ce dernier. L'emploi de ces deux facteurs vous assurera quand même un certain gain de temps (comme dans la multiplication). En fait, une division dont le diviseur ne comporte que deux chiffres est beaucoup plus aisée à effectuer que celle dont le diviseur en comporte trois. Et d'ailleurs vous avez déjà consacré quelques secondes à décomposer le diviseur en deux facteurs.

Passons à un quatrième genre de conversion.

15. Les changements proportionnels

Nous donnerons le nom de changements proportionnels à un quatrième type de simplification. Il s'agit en fait de modifier un des deux nombres intéressés pour le rendre plus utilisable. Ainsi on peut le doubler, le quadrupler, le remplacer par son quart, son tiers, etc., à condition toutefois de faire subir une modification à l'autre nombre intéressé pour que la relation précisée par l'opération à effectuer se trouve respectée. Dans une division, il y a lieu de multiplier le dividende par le nombre par lequel on multiplie le diviseur (ou le diviser de même). Ainsi la division 180 : 45 donne le même résultat que la division 360 : 90.

Dans le cas présent, la conversion à effectuer saute aux yeux ; elle permet de remplacer 45 par un nombre de deux chiffres mais comportant un 0. Dans un tel cas, doublez sans hésitation dividende et diviseur.

Dans le cas de la multiplication, pour respecter la relation qui lie le multiplicande et le multiplicateur il y a lieu, si l'on multiplie l'un par un nombre donné, de diviser l'autre par ce même nombre (ou inversement).

Si nous avions à multiplier 180 par 45, nous pourrions multiplier 45 par 2 et le remplacer par 90, à condition de diviser 180 par 2 et de le remplacer par 90.

Revenons à notre division 180 : 45. Nous l'avons remplacée par 360 : 90. Le résultat est évident : 4.

Effectuez vous-même l'opération suivante :

210 : 35

Voyez si vous pouvez convertir le diviseur en un nombre comportant un seul chiffre plus un 0. 2 × 35 = 70. Doublez le dividende ; il devient 420 (résultat de la division : 6).

Incidemment, dans une division, après avoir multiplié ou divisé le diviseur par un nombre quelconque, vous pouvez sans changer le dividende opérer sur le quotient. Dans ce cas, si vous avez multiplié le diviseur par un nombre donné (sans changer le dividende), vous multipliez le quotient par ce même nombre. L'exemple mentionné plus haut devient 210 : 70 ; résultat 3, que vous multipliez par 2, soit 6, comme précédemment. Des deux procédés, ce deuxième est le plus simple.

Dans ce genre de conversion, vous pouvez choisir un facteur de conversion quelconque. *Remarque :* tant dans la multiplication que dans la division, l'addition (ou la soustraction) d'un nombre quelconque aux deux nombres intéressés modifierait la relation qui existe entre eux et donc le résultat de l'opération. La modification doit donc toujours procéder de la multiplication ou de la division et porter sur les deux nombres intéressés ou sur un de ces nombres et sur le résultat de l'opération. Nous donnons ci-dessous une opération qui, compte tenu de sa donnée, appelle évidemment l'emploi d'un changement proportionnel :

5600 : 33 et 1/3

Le changement le plus simple consiste à multiplier le diviseur par 3, soit 100. Nous nous sommes débarrassés de la fraction et, de surcroît, le diviseur ne comporte qu'un chiffre, mis à part les 0. On divise donc par 100 après avoir multiplié le dividende par 3 ou, faute de cette multiplication préalable,

on multiplie ensuite le quotient par 3. De ces deux exemples nous pouvons tirer une règle : utiliser un facteur convenable pour vous débarrasser de votre fraction et convertir le diviseur en un nombre entier comportant des 0 si possible.

Avec 45 comme diviseur, nous avons multiplié par 2 pour obtenir 90 ; avec 33 et 1/3, plutôt que de réduire l'ensemble du nombre et de la fraction en un nombre décimal, nous l'avons multiplié par 3, obtenant de la sorte 100. Comment appliquer cette règle à un diviseur exprimé sous la forme 3 et 1/2 ? Une simple multiplication par 2 donne 7. Si vous avez l'habitude de passer par les nombres décimaux, soit 3,5, ce nombre déclenchera en vous un signal et vous le doublerez de façon à obtenir 7

Comment appliqueriez-vous la règle de la conversion aux nombres suivants : 1,25 ; 12,5 ; 125, etc., dont nous avons d'ailleurs déjà parlé ? 1,25 × 2 = 2,5, nombre déjà plus facile à manier, mais qui comporte deux chiffres. En multipliant par 2 encore une fois on obtient 5, et le multiplicateur ou le diviseur sera ramené à un chiffre. Toutefois en multipliant 1,25 par 8 vous obtenez 10, ce qui simplifiera encore votre calcul.

La réduction par conversion

Jusqu'à présent nous avons multiplié un des deux nombres intéressés dans l'opération et nous l'avons remplacé par un nombre plus grand ; on peut aussi le remplacer par un nombre plus petit. Soit à diviser 720 par 18.

Comment convertir ce diviseur de deux chiffres en un diviseur de un chiffre ? Certes, vous pourriez multiplier par 5 : le diviseur serait 90, mais il est plus simple de diviser 18 par 2, soit 9, et de diviser en conséquence à votre choix le dividende ou le quotient. 720 : 18 devient 360 : 9 ou 720 : 9 en divisant le quotient par 2 (80 : 2 = 40).

Voici un autre exemple : 168 : 21.

Impossible de multiplier le diviseur par un nombre quel-

conque pour obtenir un diviseur réduit à un nombre comportant un chiffre et des 0. Divisons-le par 3, soit 7. Divisé par 3, le dividende devient 56 et la division se lit 56 : 7. Vous pouvez aussi diviser 168 par 7 en compensant la conversion en divisant le résultat par 3. Sans doute vous êtes-vous aperçu que le fait de diviser ainsi le diviseur par un nombre de un chiffre revient à employer la méthode de la décomposition en facteurs. En prenant ainsi le quart, le tiers, la moitié du diviseur, nous utilisons les facteurs 4, 3 ou 2 mais le travail est légèrement différent, ainsi d'ailleurs que la conception du processus. Vous raisonnez en conversion et non en mise en facteur. Dans le cas des nombres suivants, les conversions intéressantes sont soit des multiplications, soit des divisions, entraînant évidemment agrandissement ou réduction :
15 75 2 et 1/2 2 et 1/3 16 3 et 1/3 3 et 1/2 12 4 et 1/2 1 et 1/3.

Cherchez les conversions simples avant de poursuivre la lecture. Voici la conversion la plus rapide à adopter dans chaque cas :
15 × 2, soit 30
75 × 4, soit 300
2 et 1/2 × 2, soit 5
2 et 1/3 × 3, soit 7
16 : 2, soit 8
3 et 1/3 × 3, soit 10
3 et 1/2 × 2, soit 7
12 : 2, soit 6
4 et 1/2 × 2, soit 9
1 et 1/3 × 3, soit 4

Le changement proportionnel et la multiplication

Nous avons déjà indiqué que ce genre de conversion s'applique aussi à la multiplication, mais que pour respecter la nature de l'opération, il faut agir différemment sur les deux nombres intéressés. Si l'on double le multiplicateur pour le simplifier,

il faut diviser par 2 le multiplicande ou le résultat. Si vous divisez le multiplicateur par 3, vous multipliez par 3 le multiplicande ou le résultat. Exemple :

3 2 8	se remplace par	1 6 4	ou par	3 2 8
× 1 5		× 3 0		× 3 0
				(avec résultat divisé par 2)

Effectuez l'exercice suivant :

$$\begin{array}{r} 695 \\ \times\ 45 \\ \hline \end{array}$$

Pour simplifier, multipliez 45 par 2. Attention, en divisant 695 par 2 vous aboutirez à un nombre décimal. La virgule disparaîtra en multipliant par 90 (si elle ne disparaît pas, c'est que votre calcul est faux). Dans un tel cas, il est généralement plus facile de diviser le résultat par 2 plutôt que le multiplicande. Voici les deux calculs :

Opération habituelle	*Conversion type 1*	*Conversion type 2*
695	695	347,5
× 45	× 90	× 90
2780	52550	20275,0
3475	31275	
20275	(1/2 du résultat)	

Inversement, si vous changez de multiplicateur en divisant le multiplicateur initial par un certain nombre, vous multipliez soit le multiplicande, soit le résultat par ce même nombre.

453	devient	906	ou	453
× 16		× 8		× 8
				(doublez le résultat)

Ce genre de conversion est particulièrement indiqué dans le

cas de nombres exprimés sous une forme qui comprend un nombre et une fraction. Même si elle ne réduit pas le nombre intéressé à un nombre facile à manier, elle a l'avantage de supprimer la partie fractionnaire.

Ainsi, il est plus facile de diviser un nombre par 13 en multipliant le résultat par 3 que de le diviser par 4 et 1/3. De même, pour multiplier par 6 et 5/8 on multipliera par 53 en divisant le résultat par 8. Exemple plus typique encore, pour multiplier par 6 et 1/4 on multipliera par 25, en divisant le résultat par 4. Pour diviser par ce même nombre on divisera par 25 en multipliant le quotient par 4. Quels nombres faut-il adopter pour convertir les nombres suivants ?

2 et 3/8 6 et 1/4 2 et 1/2 4 et 1/2 5 et 1/2

Voici les conversions à adopter :

2 et 3/8 devient 19 (8)
6 et 1/4 devient 25 (4)
3 et 1/2 devient 7 (2)
4 et 1/2 devient 9 (2)
5 et 1/2 devient 11 (2)

Chaque fois, vous compensez selon les règles prescrites, soit en modifiant l'autre nombre, soit en modifiant le résultat. Effectuez l'opération suivante et, à votre guise, compensez en modifiant l'autre nombre ou le résultat :

$$\begin{array}{r} 284 \\ \times\ 1 \text{ et } 3/4 \\ \hline \end{array}$$

Multipliez ce nombre par 4 et divisez par 4 soit l'autre nombre, soit le résultat. Réponse 497.

Premier procédé	ou	*Deuxième procédé*
284		71
× 7		× 7
1988		497
497	——▷	résultat divisé par 4.

En étudiant les conversions par changements proportionnels, vous vous êtes certainement aperçu que dans certains cas, cette modification était similaire à une décomposition en facteurs ou à l'emploi d'un sous-multiple. Ainsi, lorsque pour multiplier un nombre par 35, nous commençons par doubler le multiplicateur et que nous le transformons en 70 ou lorsque nous le décomposons en facteurs et que nous le remplaçons par 7×5, en remplaçant ensuite 5 par 10 divisé par 2, nous procédons à des opérations à peu près identiques.

Les divers genres de simplification se chevauchent donc et, à une simplification, on peut souvent en substituer une autre.

16. Choix d'une simplification – Association de diverses simplifications

Nous avons passé en revue les quatre types de simplifications les plus usuelles ; il en existe d'autres, mais qui ne s'emploient que dans des cas bien déterminés. Les simplifications que vous connaissez vous permettront de simplifier grandement vos calculs dans les opérations de multiplication ou de division.

Passons rapidement en revue les méthodes que nous venons d'apprendre :

Décomposition : étant donné deux nombres à multiplier l'un par l'autre, choisissez un nombre rond, qui permette d'ajuster le calcul auxiliaire grâce à un nombre constituant une fraction simple, soit de l'autre nombre de la multiplication, soit du produit partiel (nombre à multiplier et le signe × nombre arrondi). Ainsi, on remplacera 39 par (40 − 1) et dans le cas de 45 comme multiplicateur, on prendra 50 et on ajustera en soustrayant 1/10 du produit partiel.

Sous-multiples : lorsque un des nombres est une fraction simple de 10, 100 ou 1 000, on peut utiliser cette fraction à la place du nombre. Ainsi, pour 25, on emploiera 1/4 de 100.

Mise en facteurs : lorsque le multiplicateur (ou le diviseur) peut être décomposé en facteurs, opérez en utilisant la suite des facteurs. Ainsi pour multiplier par 63, on multipliera par 9, puis le produit obtenu par 7. Il en sera de même pour la

division.

Changements proportionnels : lorsque l'un quelconque des deux nombres impliqués dans une multiplication ou dans une division peut être rendu d'une maniement plus simple en le multipliant ou en le divisant par un certain nombre, procédez à cette modification tout en modifiant comme il convient soit l'autre nombre, soit le résultat de l'opération selon les règles prescrites. Ainsi, pour multiplier par 35, on multipliera par 70 (en divisant le multiplicande ou le résultat de ce produit par 2). Pour diviser par 35, on divisera par 70 (en divisant le dividende ou le quotient par 2).

Certains nombres peuvent être simplifiés de diverses manières, comme nous l'avons déjà dit. Ainsi, 45 peut être remplacé par 9×5 ou par $(50 - 5)$ ou transformé en 90 par multiplication par 2. Exercice intéressant : cherchez à déterminer un nombre que vous pourriez modifier selon les quatre types de simplification usuels. 125 peut vous servir d'exemple :

- Décomposition : 100 + 1/4 du produit.
- Sous-multiple et fraction : 1/8 de 1 000.
- Facteurs : $5 \times 5 \times 5$.
- Changement proportionnel : transformé en 500 par multiplication par 4 ou en 1 000 par multiplication par 8.

Pour bien maîtriser votre technique de la simplification, essayez de « sentir » l'identité des quatre expressions que nous venons de mentionner. Parfois, une de ces techniques vous conduira à manier des nombres entiers, alors que les autres techniques introduiront des nombres décimaux en cours de calcul, mais ces techniques n'en demeurent pas moins identiques du point de vue du résultat.

Ainsi, pour 125, si nous prenons 1/8 de 1 000 ou si nous prenons 1/4 de 500, nos chiffres seront différents en cours d'opération, mais le résultat sera le même.

Il est rare de rencontrer un nombre pour lequel on puisse adopter l'un quelconque de ces quatre types de simplification, sans entraîner en cours d'opération l'apparition de décimales ou de nombres fractionnaires ; en revanche, les nombres auxquels deux de ces systèmes peuvent s'appliquer sans inconvé-

nient de ce genre sont très nombreux. Pour vous entraîner, transformez les nombres suivants de deux façons différentes au moins :

75 72 36 4 et 1/2 63 384

Voici les réponses :

75 = 3 × 5 × 5 ; 3/4 de 100 ; 300 × 1/4.
72 = 8 × 9 ; 80 − 1/10 du produit.
36 = 6 × 6 ; 4 × 9 ; 40 − 1/10 du produit ; 30 + 2/10 du produit.
4 et 1/2 = 5 − 1/10 du produit ; 9 × 1/2.
63 = 7 × 9 ; 70 − 1/10 du produit ; 60 1/20 du produit.
384 = 6 × 8 × 8 ; 400 − 4/100 du produit.

Lorsqu'un nombre est susceptible d'être simplifié de plusieurs façons, certaines de ces simplifications sont d'un emploi plus rapide que d'autres. Le choix à faire dépend non seulement du premier des deux nombres intéressés par l'opération, mais de l'autre également. Ce choix dépend aussi de vos habitudes de calcul ; telle méthode vous paraîtra plus facile et plus rapide. Etant donné une opération, il s'agit pour vous de choisir le procédé le plus simple. Parfois, vous aurez même intérêt à dédaigner toute méthode de simplification et à effectuer l'opération selon vos nouvelles méthodes de calcul rapide. Vous voyez que tout est une question de souplesse.

Association de diverses simplifications

Bien des opérations vous permettront d'associer divers types de simplification, ce qui d'ailleurs rendra vos calculs plus amusants. La décomposition ne doit être employée que lorsque, en décomposant le multiplicateur, vous pouvez le remplacer par un nombre arrondi en corrigeant ensuite l'opération par soustraction ou addition d'une fraction simple du

produit obtenu. En combinant plusieurs méthodes, vous pouvez pratiquement utiliser n'importe quel nombre comme base de vos calculs.

Dans la décomposition en facteurs, 26 ne serait pas un nombre intéressant car il vous faudrait encore multiplier par un nombre de deux chiffres (13). Mais, en se servant des multiples et des fractions, on peut ainsi décomposer 26 en employant une combinaison de simplifications (25 + 1).

Voici l'exemple :

Opération habituelle	*Décomposition*
8 9 3	2 2 3 2 5 (1/4 de 89 300)
× 2 6	+ 8 9 3
1 7 8 6	2 2 1 1 8
4 3 5 8	
1 2 1 1 8	

Etant donné que vous divisez par 4, il vous suffit, sans poser l'opération, d'écrire le résultat.

Des opérations compliquées peuvent parfois être effectuées presque d'un coup d'œil lorsque l'un des nombres contient un sous-multiple facile à exploiter. Soit à effectuer : 1 375 × 8 642 ; l'opération devient 1/8 de 86 420 000 plus 1/10 du produit, car on remplace 1 375 par 1 250 (1/8 de 10 000) plus 125 (1/10 de 1 250). Vérifiez vous-même.

Effectuez l'opération suivante en utilisant une décomposition par sous-multiple :

$$\begin{array}{r} 4\,7\,8\,2 \\ \times\ 3\,8\,5 \\ \hline \end{array}$$

Remplaçons 385 par 375 + 10, autrement dit par 3/8 de 1 000 plus 10 fois le multiplicande. Vous notez donc rapidement le résultat de la division de 4 782 000 par 8 ; multipliez ensuite par 3. Ajoutez le produit du multiplicande par 10, soit 47 820 :

$$\begin{array}{r} 597750 \\ \times\ 3 \\ \hline 1793250 \\ +\ 47820 \\ \hline 1730070 \end{array}$$

Voici la multiplication classique :

$$\begin{array}{r} 4782 \\ \times\ 385 \\ \hline 14346 \\ 37256 \\ 23910 \\ \hline 1739070 \end{array}$$

Effectuez des conversions du même ordre sur les multiplicateurs suivants :

376	124	26	865
275	55	2,25	1375

Certaines de ces décompositions par sous-multiple ou fraction sont assez compliquées, mais dans chaque cas, on peut employer une base de calcul intéressante. Voici les résultats :

376 : sera à remplacer par 3/8 de 1 000 + le multiplicande.
124 : sera à remplacer par 1/8 de 1 000 − le multiplicande.
26 : sera à remplacer par 1/4 de 100 + le multiplicande.
865 : sera à remplacer par 7/8 de 1 000 − 10 fois le multiplicande.
275 : sera à remplacer par 1/4 de 1 000 + 1/10 du produit.
55 : sera à remplacer par 1/2 de 100 + 1/10 du produit.
2,25 : sera à remplacer par 1/4 de 10 − 1/10 du produit.
1 375 : sera à remplacer par 1/8 de 10 000 + 1/10 du produit.

Le multiplicateur peut également être remplacé par un produit de facteurs. Nous n'aurions aucun avantage, dans le cas du nombre 37, à utiliser uniquement une décomposition par

sous-multiple ou fraction. Mais on peut remplacer 37 par $6 \times 6 + 1$, autrement dit par une multiplication effectuée deux fois de suite par 6 et en ajoutant le multiplicande au résultat.

Voyez si vous pouvez trouver une décomposition de cette nature pour l'opération suivante :

$$\begin{array}{r} 4693 \\ \times\ 8181 \\ \hline \end{array}$$

Tout nombre qui comporte des répétitions de chiffres simples telles que 8 181 nous permet d'appliquer une simplification aisée. Ce nombre peut se remplacer par 8 100 plus 1/100 (de 8 100). 8 100 se remplace par 90×90 et, après cette double multiplication, on ajoute au résultat 1/100 du produit obtenu. De surcroît, pour multiplier par 9, nous avons souvent simplifié en multipliant par $10 - 1$, et 90 par $100 - 10$. Vous trouverez ci-dessous les trois procédés :

Opération habituelle

$$\begin{array}{r} 4693 \\ \times\ 8181 \\ \hline 36544 \\ 04693 \\ 36544 \\ 04693 \\ \hline 37\underline{2}7\underline{2}333 \end{array}$$

Simplification 1

$$\begin{array}{r} 4693 \\ \times\ 90 \\ \hline \underline{3}1\underline{2}370 \\ \times\ 90 \\ \hline 37\underline{9}\underline{0}3300 \\ +\ 380133 \\ \hline 3\underline{7}393433 \end{array}$$

Simplification 2

$$\begin{array}{r} 469300 \\ -\ 46930 \\ \hline 42\not{3}\not{4}7000 \\ -\ 4223700 \\ \hline \not{4}801\not{4}300 \\ +\ 380133 \\ \hline 38393433 \end{array}$$

Les procédés de ces deux simplifications ne font pas ressortir entièrement le côté spectaculaire de l'emploi de la simplification ; il arrive souvent en effet que l'on puisse, dans les opérations, utiliser des procédés supplémentaires de simplification.

En certaines circonstances, on peut associer ces décompositions et l'emploi de changements proportionnels. Ainsi, pour 34, aucune décomposition aisée ne se présente à l'esprit, mais en remplaçant 34 par 35 − 1, vous pouvez utiliser 70 comme multiplicateur, diviser par 2 le résultat de cette multiplication et soustraire ensuite 1 fois le multiplicande.

En bref, devant une opération à effectuer, vous utiliserez la simplification qui se présente instantanément à votre esprit. Le but essentiel est d'obtenir le résultat de l'opération.

Autres genres de combinaisons

Nous avons montré que l'on pouvait décomposer un multiplicateur, puis utiliser ensuite une mise en facteurs d'un des termes de la décomposition. Vous pouvez également remplacer le multiplicateur par un certain nombre de facteurs et, si vous vous apercevez qu'un de ces facteurs est d'un emploi malaisé, le décomposer à son tour.

Considérons le nombre 261.

En faisant la somme des chiffres, vous voyez que ce nombre est divisible par 9 ; l'autre facteur est 29.

29 étant un nombre premier, notre mise en facteurs s'arrête là. Tout naturellement, on le remplacera par (30 − 1). Notre multiplication initiale sera donc remplacée par une première multiplication par 9, une multiplication du produit par 30 et, du résultat de cette deuxième multiplication, on soustraira 9 fois le multiplicande.

Ayez bien soin de ne pas soustraire une fois le multiplicande, car (30 − 1), autrement dit 29, était un facteur du multiplicateur et ne résultait pas d'une décomposition additive.

Pour bien voir ce point, reconstituez le multiplicateur en

multipliant 9 par (30 − 1). 9 × 30 = 270, − 9 = 261, autrement dit notre multiplicateur.

Voici un exemple d'une mise en facteur et de la décomposition d'un des facteurs :

Opération habituelle	*Simplification*	
587	587	
× 261	× 9	
1174	4283	
3422	158490	(produit précédent
0587	− 5283	triplé, puis × 10)
142107	153207	

Nous n'avons étudié que les décompositions parce qu'elles sont particulièrement utiles. D'autres combinaisons n'entraînent aucun gain de temps.

Que vous reste-t-il à faire ? Evidemment, vous entraîner et choisir la meilleure approche dans chaque cas posé. A moins que vous n'y teniez, n'effectuez pas les opérations des problèmes suivants, mais choisissez des méthodes de simplification. N'oubliez pas que dans le cas d'une multiplication, vous pouvez simplifier à votre guise le multiplicande ou le multiplicateur.

Pour les opérations qui suivent, choisissez la meilleure méthode de simplification, réfléchissez bien, ensuite vous examinerez les méthodes que nous conseillons. Certaines de ces opérations sont plus rapides à effectuer sous la forme naturelle que sous une forme simplifiée. Cette étude des simplifications éventuelles vous prendra évidemment plus de temps que vous n'en consacrerez dans la pratique à la recherche d'une simplification.

1) 1250 × 67

2) 271 × 137

3) 491 × 9

4) 4896 : 35

5) 983 × 126

6) 4/5 × 436

7) 632 × 47

8) 357 × 79

9) 2/5 × 689

10) 536 × 99

11) 64937 : 378

12) 607 × 69

13) 8935 : 72

14) 683 × 45

15) 1324 × 75

16) 180 × 97

17) 984 × 625

18) 7654 : 25

19) 48296 : 375

20) 841 × 432

21) 245 × 241

22) 317 × 367

23) 9364 : 49

24) 3,9 × 4,5

25) 6843 : 223

26) 256 × 239

27) 443 × 307

28) 7398 : 225

29) 34672 : 875

30) 317 × 63

Ayez bien soin d'effectuer les exercices indiqués ci-dessus ; il ne vous servirait pas à grand-chose de savoir déterminer les divers types de simplification et de ne pas parvenir à fixer votre choix instantanément ; ce passage est donc très important.

Pour les opérations figurant ci-dessus, plusieurs simplifications sont généralement possibles. Ainsi pour l'exercice 18, 25 peut être remplacé par 5×5, par 1/2 de 50, par 1/4 de 100.

Voici les réponses :

1) Convertir le plus grand des deux nombres en 1/8 de 10 000.

2) Pas de simplification pratique. Opérez directement.

3) Les diverses simplifications sont simples. Remplacez 9 par $(10 - 1)$.

4) Remplacer 35 par 7×5 ou par 1/2 de 70.

5) Simplification à deux étages : remplacer 126 par $(125 + 1)$ et pour 125 prendre 1/8 de 1 000.

6) Au lieu de 4/5, adopter 0,8.

7) Remplacer 47 par $(48 - 1)$ et, à son tour, 48 par 6×8.

8) Remplacer 79 par $(80 - 1)$.

9) Remplacer 2/5 par 0,4.

10) Remplacer 99 par $(100 - 1)$.

11) Remplacer 378 par $9 \times 7 \times 6$. Vous ferez donc trois divisions successives, mais par un diviseur de un seul chiffre.

12) Remplacer 69 par $(70 - 1)$.

13) Remplacer 72 par 9×8.

14) A votre guise, remplacer 45 par 9×5 ou par 1/2 de 90 ou encore par 50 − 1/10 du produit.

15) Remplacer 75 par 3/4 de 100 Multiplier par conséquent par 3 en ajoutant deux zéros, puis divisez par 4.

16) Convertir 180, quoique 97 soit aisé à remplacer par $100 - 3$.

17) Remplacer 625 par 5/8 de 1 000.

18) Ne divisez pas par 25. Divisez par 100 et multipliez par 4.

19) Remplacer 375 par 3/8 de 1 000. Multipliez par 8. Divisez ce produit par 3 et ce résultat par 1 000.

20) Remplacer 432 par $9 \times 8 \times 6$.
21) Travailler sur le plus grand des deux nombres. 5 est un facteur, ainsi que 49 que vous remplacez par 7×7.
22) Pas de simplification.
23) Les facteurs sont évidents. 49 est à remplacer par 7×7.
24) 4,5 : opérer comme pour 45 mais en tenant compte de la virgule.
25) Pas de simplification pratique.
26) Remplacer 256 par $8 \times 8 \times 4$.
27) Attention au piège. Utiliser la multiplication sans retenue en opérant de gauche à droite. De la sorte, vous obtiendrez un résultat très rapide.
28) Le diviseur peut être remplacé par un diviseur d'un seul chiffre en appliquant une conversion par changement proportionnel. Diviser par 900 et multiplier par 4.
29) Remplacer 875 par 7/8 de 1 000. Diviser par 1 000, puis le résultat par 7 et multiplier ce quotient par 8.
30) Remplacer 63 par $70 - 1/10$ du produit.

Table des matières

Avant-propos 5

1. Introduction 7
   Connexités 7
   En ne s'intéressant qu'à la réponse 10
   Servez-vous des nombres et de non des chiffres 12
   La conversion en formes plus simples 13
   Les quatre démarches pour comprendre le calcul et les nombres 15

2. L'addition par complément 17
   Introduction 17
   La théorie du soroban 19
   Ajoutez le complément 22
   Report des dizaines 24
   Comptez sur vos doigts 27
   Révision 30
   L'addition des nombres décimaux 35

3. Pour gagner de la vitesse en additionnant 37
   Améliorez votre vitesse de calcul grâce à des associations 42

4. La soustraction par complément 49
Comment ce procédé fonctionne-t-il ? 53
Exemples 55
Pourquoi barrons-nous les chiffres ? 57
Le report de la dizaine supprimée sous forme de chiffre barré 59
L'évaluation automatique 61
La soustraction des nombres décimaux 65
Résumé 65

5. Pour soustraire plus rapidement 67
Qu'avez-vous appris ? 73

6. La multiplication sans retenue 77
Premier principe 77
Deuxième principe 78
Troisième principe 79
Comment manier les zéros 85
Le report des dizaines 90
Les avantages de l'emploi des compléments 94
Multiplicateur comportant deux chiffres 95
Des multiplicateurs plus importants 99
Evaluation automatique d'un résultat approché 101

7. Pour accroître la vitesse de la multiplication 109
Les chiffres de gauche 110
Les chiffres de droite 113
L'entraînement au maniement du produit de deux chiffres 114

8. La division 121
Résultats approchés 122
Choix du chiffre du quotient 123
Révision automatique du quotient 124
Le processus de la division 125
Retenue automatique de la soustraction 127
Division sans retenue 129

Diviseurs de plusieurs chiffres 136
La division des nombres décimaux 141

9. Pour accroître la vitesse de la division 143

10. Exactitude : une vérification rapide 153
Somme des chiffres 155
Simplification en cours d'opération 159
La preuve et la vérification d'un résultat 160
Repérage des erreurs 162
La vérification de la soustraction 163
La vérification de la multiplication 165
La vérification de la division 167

11. La contre-preuve ou preuve par onze 171
Divisibilité par onze 174
Chiffres de rang impair et de rang pair 176
Procédé de la soustraction continue 177
Utilisation des compléments 179
La preuve par onze appliquée à l'addition 180
La preuve par onze appliquée à la soustraction ... 181
La preuve par onze de la multiplication 182
La preuve par onze de la division 183
Double preuve 184

12. La simplification par décomposition 185
La simplification des opérations sur les grands nombres 195
Les choix des multiplicateurs 197
La décomposition appliquée à la soustraction 201

13. La simplification par emploi de sous-multiples et de fractions 203
Remplacement des fractions par des nombres décimaux simples 210

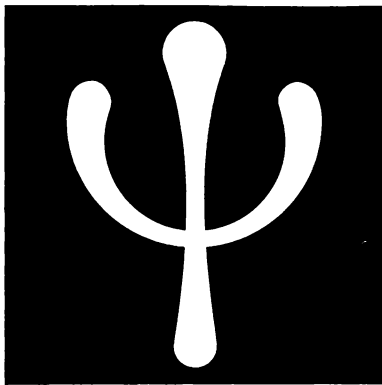
14. Les facteurs 213

Comment décomposer un nombre en facteurs 216
Caractères de divisibilité 218
Produit de trois facteurs 220
Par quel facteur faut-il commencer ? 224
Facteurs communs 225
Emploi de trois facteurs dans la division 225

15. Les changements proportionnels 229
La réduction par conversion 231
Le changement proportionnel et la multiplication ... 232

16. Choix d'une simplification — Association de diverses simplifications 237
Association de diverses simplifications 239
Autres genres de combinaisons 243

DES PRESSES DE GERARD & C°
65, rue de Limbourg, B-4800 Verviers (Belgique)
D. 1972/0099/140



marabout service série psychologie

Chacun se sent concerné aujourd'hui par la psychologie, dont les applications se manifestent dans la vie de tous les jours. Il est donc nécessaire d'avoir à portée de la main des ouvrages simples et pratiques, qui renseignent exactement sur tous les problèmes étudiés par cette science. C'est à cette nécessité que répond la série « Psychologie » de la collection.

LES PRODIGIEUSES VICTOIRES DE LA PSYCHOLOGIE MODERNE, par Pierre Daco

Le succès de ce best-seller de la collection Marabout Service ne se dément pas après 10 ans. L'ouvrage atteint aujourd'hui le tirage fabuleux de 600 000 exemplaires, rien qu'en langue française.
*(Un volume de 544 pages. MS n° 15*****)*

LES TRIOMPHES DE LA PSYCHANALYSE, par Pierre Daco

Considéré comme le tome 2 de l'ouvrage précédent, ce livre n'a pas tardé à suivre les traces de celui-ci et connaît dès à présent une diffusion de 250 000 exemplaires en français, malgré l'abord plus difficile de la psychologie des profondeurs, qui est vraiment un humanisme.
*(Un volume de 448 pages. MS n° 29*****)*

LE DICTIONNAIRE DE LA PSYCHOLOGIE MODERNE, par un groupe de savants

A la fois indispensable recueil de références et traité complet de psychologie pratique, ce dictionnaire constitue un outil de travail et un instrument de culture de première valeur pour l'homme moderne.

*(Deux volumes de 336 et 384 pages. MS nos 112 et 113****)*

CONNAISSANCE ET MAITRISE DE LA MEMOIRE, par le Dr Paul Chauchard, directeur à l'Ecole Pratique des Hautes Etudes

Comment discipliner, mettre en condition et exercer cet outil indispensable et capricieux.

*(Un volume de 320 pages. MS n° 124****)*

L'EQUILIBRE DU CORPS ET DE LA PENSEE, par le Dr P.R. Bize, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, ex-chef de clinique des maladies nerveuses, et Pierre Goguelin, psychologue-conseil

L'équilibre tel que le conçoit la psychologie contemporaine et une série de conseils pour atteindre et maintenir cette « unité » indispensable à notre bonheur.

*(Un volume de 352 pages. MS n° 134****)*

L'INTELLIGENCE EFFICACE, par Alain Sarton, licencié en psychologie et en philosophie, diplômé de l'Institut de psychologie de l'Université de Paris.

Comprendre, savoir, agir. Un guide pratique pour adapter, exercer, protéger et améliorer son intelligence.

*(Un volume de 313 pages. MS n° 137****)*

LA VIE DU COUPLE, par un groupe de savants

Un dictionnaire de psychologie pratique (250 articles) et un guide pratique (7 articles essentiels) répondant à toutes les questions que se pose le couple moderne.

*(Un volume de 442 pages. MS n° 142*****)*

LES VOIES NOUVELLES DE LA PSYCHOLOGIE, sous la direction de Brian Foss

Les progrès prodigieux de la psychologie expérimentale depuis dix ans.

*(Deux volumes de 256 pages. MS nos 157 et 158****)*

série psychologie

LA PSYCHOLOGIE DE LA COLERE, par le Dr Theodore I. Rubin

Il n'y a pas de relations saines sans manifestations de colère. Le « bon usage » de ce sentiment qui fait peur.
*(Un volume de 192 pages. MS n° 169***)*

LA FEMME AUJOURD'HUI, par Harold Portnoy

Une image nouvelle dans un cadre nouveau.
*(Un volume de 192 pages. MS n° 170***)*

CONNAITRE LES AUTRES, par Michel Gauquelin

Comment découvrir la vérité de chacun au-delà des apparences.
*(Un volume de 256 pages. MS n° 191****)*

SAVOIR COMMUNIQUER, par Françoise Gauquelin

Parler, écouter, comprendre, lire, écrire.
*(Un volume de 320 pages. MS n° 192****)*

L'INCONSCIENT, SON LANGAGE ET SES LOIS, par A. Akoun, G. Gatien, F. Gauquelin, M. Gauquelin et G. Veraldi

Mieux se connaître et mieux s'affirmer, pouvoir interpréter le sens caché des manifestations de l'inconscient.
*(Un volume de 256 pages, MS n° 202****)*

série psychologie

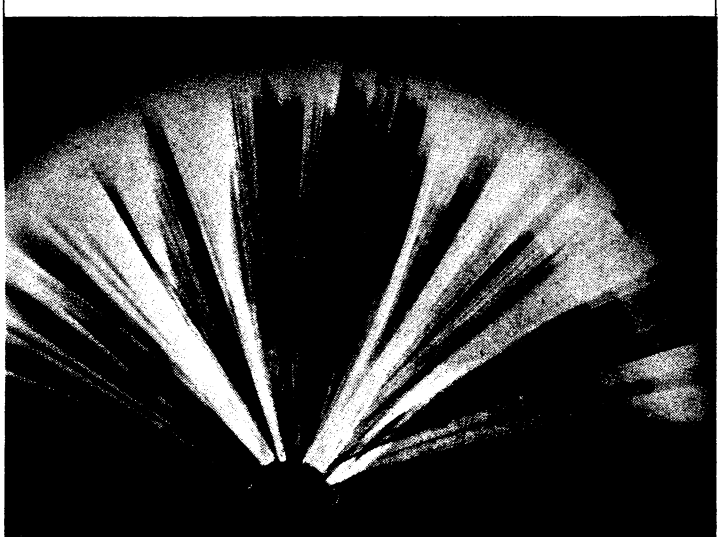
MARABOUT service

FRANÇOIS RICHAUDEAU
MICHEL ET FRANÇOISE GAUQUELIN

une méthode moderne pour apprendre sans peine la

lecture rapide

lire mieux et davantage, décupler son information, cultiver sa mémoire, réussir dans la vie



UTILISEE DANS LES GRANDES ECOLES, LES CORPS DE L'ETAT ET LES ENTREPRISES COMPETITIVES

Quelques simplifications inédites proposées par Edward Stoddard pour les quatre opérations :

- réduire toutes les additions à des sommes inférieures à dix ;
- ne jamais soustraire un chiffre plus élevé d'un chiffre plus faible, et donc dédaigner les retenues ;
- multiplier sans retenue ;
- ne jamais diviser que par un seul chiffre ;
- effectuer les quatre opérations de gauche à droite en obtenant à tout instant un résultat approché.

En outre, plusieurs chapitres sur les simplifications classiques, avec de nombreux exemples. Il suffira de sélectionner la simplification la plus pratique, compte tenu de l'opération à effectuer.

Enfin, exposé complet de la preuve par neuf et de la preuve par onze, ainsi qu'une méthode permettant d'effectuer plus rapidement ces vérifications.

marabout service

★★★★